

PŁYTY WIELOKIERUNKOWO ZBROJONE

Przy obliczaniu płyt prostokątnych, których boki na kierunkach l_x i l_y znacznie różnią się długością przyjęto, że pracują one tylko w jednym kierunku (wzdłuż mniejszej rozpiętości), tzn. pomija się wpływ sztywności płyty na dłuższym kierunku. Tego rodzaju uproszczenie nie może być stosowane, jeżeli mamy do czynienia z płytami prostokątnymi o niewielkiej różnicy długości l_x i l_y .

Na podstawie doświadczeń i dociekań teoretycznych ustalono, że w płytach prostokątnych opartych na całym obwodzie należy uwzględniać dwukierunkowe zginanie, gdy stosunek długości boków zawiera się w granicach:

$$0,5 \leq \frac{l_x}{l_y} \leq 2,0.$$

Obliczanie płyt przeprowadza się przy założeniach:

- grubość jest niewielka w porównaniu z pozostałymi wymiarami,
- ugięcia są nieznaczne w stosunku do grubości,
- środkowa powierzchnia płyty nie ulega wydłużeniom, a normalne (prostopadłe) do niej przed jej ugięciem pozostają normalnymi i po ugięciu.

Obliczane płyty wg teorii sprężystości sprowadza się do rozwiązania równania różniczkowego odkształconej środkowej powierzchni płyty, jako funkcji ugięcia:

$$\frac{\delta^4 w}{\delta x^4} + \frac{2\delta^4 w}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 w}{\delta y^4} = p \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^2}$$

gdzie:

h - grubość płyty,

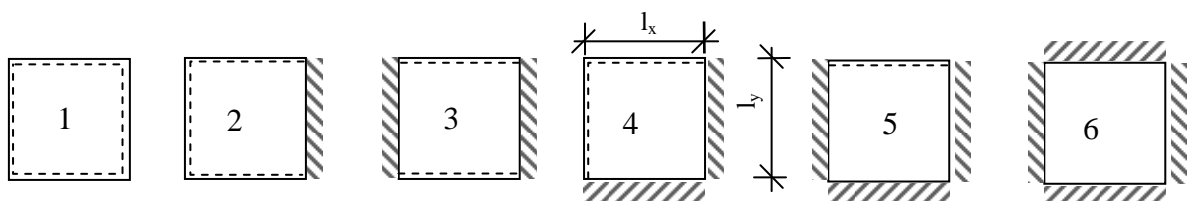
ν - współczynnik Poissona ($\nu = 1/6$),

$p = g + q$.

Równanie całkuje się z uwzględnieniem kształtu płyt, sposobu ich podparcia oraz obciążenia.

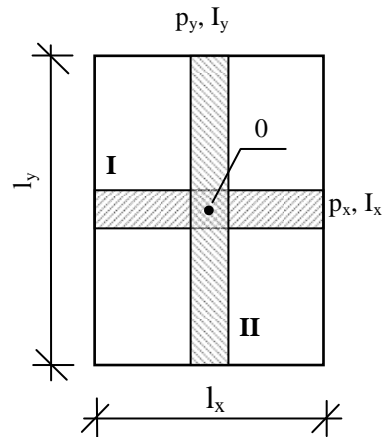
1.0. Płyty jednoprzęsłowe obciążone równomiernie

Rozróżnia się sześć przypadków sposobu oparcia płyt na bokach obwodu:



Rys. 1.1. Najczęściej spotykane schematy płyt dwukierunkowo zginanych, opartych w sposób ciągły na obwodzie

Pracę płyty o bokach l_x i l_y pod równomiernym obciążeniem traktuje się jako zespół krzyżujących się pasm, na które działają składowe p_x i p_y całkowitego obciążenia p (kN/m^2):



Rys. 1.2. Schemat do wyprowadzenia wzorów do obliczania płyt dwukierunkowo zginanych

Określimy składowe obciążenia p_x i p_y , zginające wydzielone pasma I i II. Punkt „0” jest wspólny dla obu pasm, a ugięcie obu pasm jest jednakowe.

Otrzymamy zatem dwa równania z dwiema niewiadomymi p_x i p_y .

$$\text{ugięcie} \quad y = y_I = y_{II}. \quad (1.1)$$

$$\text{obciążenie} \quad p = p_x + p_y$$

Oznaczając przez I_x i I_y momenty bezwładności, a przez k_1 i k_2 współczynniki zależne od rodzaju obciążenia i sposobu podparcia pasm I i II o długościach l_x i l_y , otrzymamy:

$$y = \frac{k_1 \cdot p_x \cdot l_x^4}{E \cdot I_x} = \frac{k_2 \cdot p_y \cdot l_y^4}{E \cdot I_y}, \quad (1.2)$$

$$p = p_x + p_y,$$

przy założeniu $I_x = I_y$ otrzymamy:

$$p_x = p \cdot \frac{k_2 \cdot l_y^4}{k_1 \cdot l_x^4 + k_2 \cdot l_y^4} = p \cdot \chi. \quad (1.3)$$

$$p_y = p - p_x = p \cdot (1 - \chi)$$

Znając obciążenia p_x i p_y możemy obliczyć wartości momentów przesłowych:

$$M_x = \frac{p_x \cdot l_x^2}{m_x},$$

$$M_y = \frac{p_y \cdot l_y^2}{m_y}, \quad (1.4)$$

m_x, m_y - współczynniki zależne od sposobu podparcia pasm jako belek jednoprzęsłowych.

$$m_x = m_y = 8$$

$$m_x = m_y = \frac{128}{9}$$

$$m_x = m_y = 24$$

Ponieważ poszczególne pasma nie pracują niezależnie od siebie, powstające w związku z tym momenty skręcające między pasmami, zmniejszą momenty zginające w przęśle. Wpływ ten, określony przez Marcusa za pomocą współczynnika ν , zależy od stosunku rozpiętości l_x i l_y oraz sposobu oparcia płyt na obwodzie.

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{p_x \cdot l_x^2}{m_x} \cdot \nu = p \cdot l_x^2 \cdot \frac{\chi}{m_x} \cdot \nu = p \cdot l_x^2 \cdot \varphi_x \\ M_y &= \frac{p_y \cdot l_y^2}{m_y} \nu_2 = p \cdot l_y^2 \cdot \frac{(1-\chi)}{m_y} \cdot \nu = p \cdot l_y^2 \cdot \varphi_y \end{aligned} \quad (1.5)$$

$\varphi_x, \varphi_y, \chi$ - podane w tablicy 1.1.

Momenty podporowe oblicza się ze wzorów analogicznych do wzorów dla płyt zginanych jednokierunkowo:

- przy obustronnym zamocowaniu

$$\begin{aligned} M_x &= -\frac{1}{12} p_x \cdot l_x^2 = -\frac{\chi}{12} p \cdot l_x^2, \\ M_y &= -\frac{1}{12} p_y \cdot l_y^2 = -\frac{(1-\chi)}{12} p \cdot l_y^2, \end{aligned} \quad (1.6)$$

- przy jednostronnym zamocowaniu

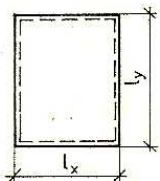
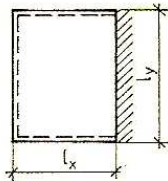
$$\begin{aligned} M_x &= -\frac{1}{8} p_x \cdot l_x^2 = -\frac{\chi}{8} p \cdot l_x^2, \\ M_y &= -\frac{1}{8} p_y \cdot l_y^2 = -\frac{(1-\chi)}{8} p \cdot l_y^2. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Gdy płyta jest częściowo zamocowana wzdłuż krawędzi, traktujemy to oparcie jako przegubowe, uwzględniając częściowe zamocowanie przez właściwe uzbrojenie pasma przypodporowego:

$$\begin{aligned} M_x &= -\frac{\chi}{16} p \cdot l_x^2, \\ M_y &= -\frac{(1-\chi)}{16} p \cdot l_y^2. \end{aligned} \quad (1.8)$$

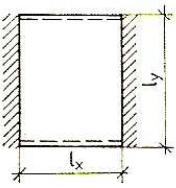
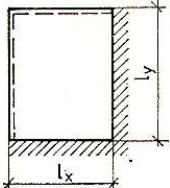
Tablica 1.1

Współczynniki do obliczania płyt dwukierunkowo zginanych pod obciążeniem ciągłym równomiernym¹

Schemat 1				Schemat 2			
							
$\frac{l_y}{l_x}$	φ_{1x}	φ_{1y}	κ_1	$\frac{l_y}{l_x}$	φ_{2x}	φ_{2y}	κ_2
0,50	0,0059	0,0946	0,059	0,50	0,0071	0,0866	0,135
0,55	0,0082	0,0880	0,084	0,55	0,0094	0,0798	0,187
0,60	0,0105	0,0813	0,115	0,60	0,0117	0,0730	0,245
0,65	0,0133	0,0745	0,151	0,65	0,0143	0,0656	0,310
0,70	0,0162	0,0676	0,194	0,70	0,0169	0,0582	0,375
0,75	0,0194	0,0615	0,240	0,75	0,0196	0,0518	0,443
0,80	0,0227	0,0555	0,291	0,80	0,0224	0,0455	0,506
0,85	0,0259	0,0503	0,342	0,85	0,0252	0,0403	0,565
0,90	0,0291	0,0452	0,396	0,90	0,0280	0,0352	0,621
0,95	0,0328	0,0408	0,447	0,95	0,0307	0,0312	0,671
1,00	0,0365	0,0365	0,500	1,00	0,0334	0,0272	0,714
1,05	0,0403	0,0333	0,550	1,05	0,0359	0,0241	0,752
1,10	0,0440	0,0300	0,594	1,10	0,0384	0,0210	0,785
1,15	0,0476	0,0274	0,636	1,15	0,0407	0,0186	0,811
1,20	0,0514	0,0248	0,675	1,20	0,0429	0,0163	0,838
1,25	0,0550	0,0227	0,708	1,25	0,0448	0,0145	0,858
1,30	0,0587	0,0206	0,741	1,30	0,0467	0,0127	0,877
1,35	0,0622	0,0188	0,768	1,35	0,0483	0,0113	0,892
1,40	0,0657	0,0171	0,793	1,40	0,0499	0,0100	0,906
1,45	0,0688	0,0156	0,816	1,45	0,0512	0,0089	0,916
1,50	0,0721	0,0142	0,835	1,50	0,0526	0,0079	0,926
1,55	0,0748	0,0130	0,852	1,55	0,0536	0,0071	0,934
1,60	0,0776	0,0118	0,868	1,60	0,0546	0,0063	0,942
1,65	0,0802	0,0108	0,881	1,65	0,0557	0,0057	0,948
1,70	0,0829	0,0099	0,893	1,70	0,0567	0,0051	0,954
1,75	0,0852	0,0090	0,903	1,75	0,0576	0,0046	0,959
1,80	0,0873	0,0082	0,913	1,80	0,0586	0,0042	0,963
1,85	0,0893	0,0076	0,921	1,85	0,0593	0,0038	0,966
1,90	0,0912	0,0070	0,929	1,90	0,0600	0,0034	0,970
1,95	0,0930	0,0064	0,935	1,95	0,0603	0,0031	0,973
2,00	0,0946	0,0059	0,941	2,00	0,0606	0,0028	0,976

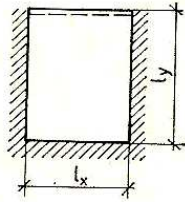
¹ Kobiak J., Stachurski W.: Konstrukcje żelbetowe tom 2. Arkady, Warszawa 1987.

c.d. tablicy 1.1

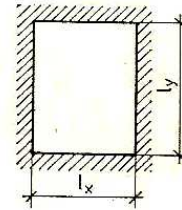
Schemat 3				Schemat 4			
							
$\frac{l_y}{l_x}$	φ_{3x}	φ_{3y}	κ_3	$\frac{l_y}{l_x}$	φ_{4x}	φ_{4y}	κ_4
0,50	0,0073	0,0801	0,238	0,50	0,0037	0,0589	0,059
0,55	0,0093	0,0710	0,315	0,55	0,0053	0,0559	0,087
0,60	0,0114	0,0620	0,393	0,60	0,0069	0,0529	0,115
0,65	0,0135	0,0541	0,469	0,65	0,0090	0,0496	0,155
0,70	0,0157	0,0463	0,546	0,70	0,0111	0,0462	0,194
0,75	0,0178	0,0401	0,608	0,75	0,0136	0,0428	0,242
0,80	0,0198	0,0338	0,671	0,80	0,0161	0,0393	0,291
0,85	0,0216	0,0292	0,718	0,85	0,0188	0,0360	0,343
0,90	0,0235	0,0246	0,766	0,90	0,0215	0,0327	0,396
0,95	0,0251	0,0213	0,799	0,95	0,0242	0,0298	0,448
1,00	0,0267	0,0179	0,833	1,00	0,0269	0,0269	0,500
1,05	0,0280	0,0156	0,856	1,05	0,0295	0,0244	0,547
1,10	0,0293	0,0133	0,880	1,10	0,0322	0,0220	0,594
1,15	0,0303	0,0116	0,896	1,15	0,0346	0,0199	0,634
1,20	0,0313	0,0098	0,912	1,20	0,0370	0,0178	0,675
1,25	0,0321	0,0086	0,923	1,25	0,0392	0,0162	0,708
1,30	0,0330	0,0074	0,935	1,30	0,0414	0,0145	0,741
1,35	0,0337	0,0066	0,942	1,35	0,0433	0,0132	0,767
1,40	0,0343	0,0057	0,950	1,40	0,0452	0,0118	0,793
1,45	0,0348	0,0051	0,956	1,45	0,0468	0,0107	0,814
1,50	0,0353	0,0044	0,962	1,50	0,0485	0,0096	0,835
1,55	0,0358	0,0040	0,966	1,55	0,0499	0,0087	0,851
1,60	0,0362	0,0035	0,970	1,60	0,0513	0,0078	0,868
1,65	0,0365	0,0032	0,973	1,65	0,0525	0,0071	0,880
1,70	0,0369	0,0028	0,977	1,70	0,0537	0,0064	0,893
1,75	0,0372	0,0025	0,979	1,75	0,0547	0,0059	0,903
1,80	0,0374	0,0022	0,981	1,80	0,0557	0,0053	0,913
1,85	0,0376	0,0020	0,983	1,85	0,0565	0,0048	0,921
1,90	0,0379	0,0018	0,985	1,90	0,0574	0,0044	0,929
1,95	0,0381	0,0016	0,987	1,95	0,0581	0,0040	0,935
2,00	0,0383	0,0015	0,988	2,00	0,0589	0,0036	0,941

c.d. tablicy 1.1

Schemat 5



Schemat 6



$\frac{l_y}{l_x}$	φ_{5x}	φ_{5y}	α_5	$\frac{l_y}{l_x}$	φ_{6x}	φ_{6y}	α_6
0,50	0,0038	0,0560	0,111	0,50	0,0023	0,0367	0,059
0,55	0,0055	0,0522	0,158	0,55	0,0033	0,0352	0,087
0,60	0,0072	0,0483	0,206	0,60	0,0044	0,0336	0,115
0,65	0,0091	0,0442	0,265	0,65	0,0058	0,0318	0,154
0,70	0,0110	0,0401	0,324	0,70	0,0072	0,0299	0,194
0,75	0,0131	0,0362	0,387	0,75	0,0089	0,0279	0,242
0,80	0,0151	0,0323	0,450	0,80	0,0106	0,0258	0,291
0,85	0,0171	0,0289	0,508	0,85	0,0124	0,0238	0,343
0,90	0,0190	0,0254	0,567	0,90	0,0143	0,0217	0,396
0,95	0,0208	0,0226	0,617	0,95	0,0161	0,0198	0,448
1,00	0,0226	0,0198	0,667	1,00	0,0180	0,0180	0,500
1,05	0,0241	0,0176	0,706	1,05	0,0197	0,0163	0,547
1,10	0,0257	0,0153	0,745	1,10	0,0214	0,0146	0,594
1,15	0,0270	0,0136	0,775	1,15	0,0229	0,0132	0,634
1,20	0,0283	0,0119	0,806	1,20	0,0244	0,0118	0,675
1,25	0,0294	0,0106	0,828	1,25	0,0257	0,0107	0,708
1,30	0,0305	0,0092	0,851	1,30	0,0271	0,0095	0,741
1,35	0,0313	0,0082	0,868	1,35	0,0282	0,0086	0,767
1,40	0,0322	0,0072	0,885	1,40	0,0293	0,0076	0,793
1,45	0,0330	0,0064	0,897	1,45	0,0302	0,0069	0,814
1,50	0,0337	0,0057	0,910	1,50	0,0312	0,0062	0,835
1,55	0,0342	0,0052	0,919	1,55	0,0319	0,0056	0,851
1,60	0,0348	0,0046	0,929	1,60	0,0327	0,0050	0,868
1,65	0,0352	0,0042	0,936	1,65	0,0333	0,0046	0,880
1,70	0,0357	0,0037	0,943	1,70	0,0340	0,0041	0,893
1,75	0,0361	0,0034	0,948	1,75	0,0345	0,0037	0,903
1,80	0,0365	0,0030	0,954	1,80	0,0351	0,0033	0,913
1,85	0,0368	0,0027	0,958	1,85	0,0356	0,0031	0,920
1,90	0,0371	0,0024	0,963	1,90	0,0360	0,0028	0,928
1,95	0,0374	0,0022	0,966	1,95	0,0363	0,0025	0,934
2,00	0,0377	0,0020	0,970	2,00	0,0367	0,0023	0,941

2.0. Płyty wieloprzęśłowe obciążone równomiernie

Przy ciągłym równomiernym obciążeniu stałym można przyjąć założenie, że przekroje na podporach pośrednich nie ulegną obrotowi, czyli że momenty podporowe na krawędziach podparcia płyt są równe momentom całkowitego zamocowania. Można zatem podzielić płytę ciągłą na płyty jednoprzęsłowe i tak ją obliczać (tablica 1.1 płyt jednoprzęsłowych).

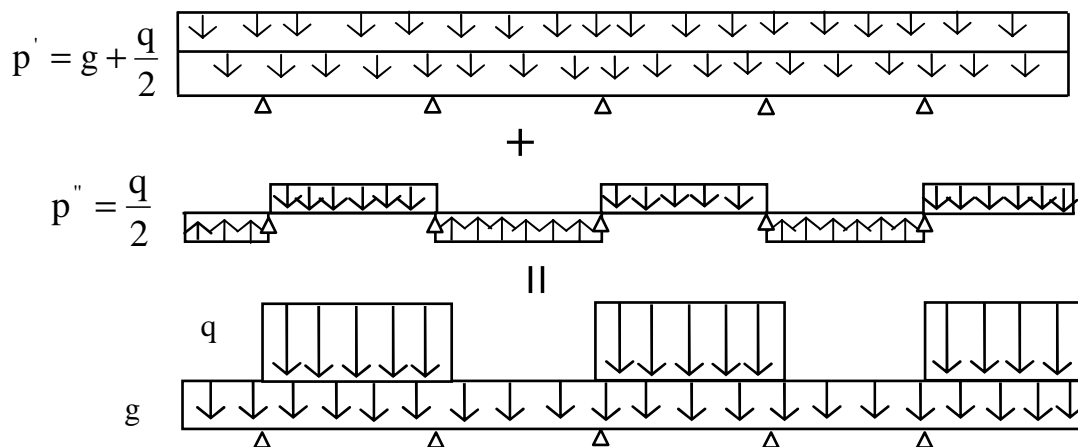
Jeżeli oprócz obciążenia stałego „g” działa również obciążenie równomiernie zmienne „p” można również korzystać z tablic dla płyt jednoprzęsłowych. Należy tylko odpowiednio rozdzielić obciążenie całkowite p, aby dla składowych tego obciążenia można było przyjąć odpowiednie schematy płyt jednoprzęsłowych.. Uzyskuje się to przez podział obciążenia p na p' i p'' :

$$\begin{aligned} p &= p' + p'' \\ p' &= g + \frac{q}{2}, \quad p'' = \frac{q}{2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Obciążenie p' uważamy za rozłożone w sposób ciągły we wszystkich przęsłach, można więc postępować tak samo jak przy płytach, na które działa obciążenie równomierne stałe (czyli przyjmując odpowiednie schematy płyt).

Obciążenie p'' jest obciążeniem antysymetrycznym. Przy takim rozkładzie obciążenia momenty podporowe są równe zero, a więc płytę dla obciążenia p'' można traktować jako zespół płyt jednoprzęsłowych swobodnie podpartych na obwodach (schemat 1).

Suma p' i p'' tworzy najniekorzystniejszy układ obciążeń dla **maksymalnych momentów przęsłowych**, które oblicza się sumując momenty przęsłowe od składowych obciążeń odpowiednich schematów płyt jednoprzęsłowych.



Rys. 2.1. Sposób podziału obciążeń przy obliczaniu momentów przęsłowych w wielopolowych płytach dwukierunkowo zginanych

$$\begin{aligned} M_x &= l_x^2 \cdot (\varphi_{ix} p' \pm \varphi_{ix} p'') \\ M_y &= l_y^2 \cdot (\varphi_{iy} p' \pm \varphi_{iy} p'') \end{aligned} \quad (2.2)$$

w których:

φ_{ix} , φ_{iy} – współczynniki odczytane z tablicy 1.1 dla rzeczywistego schematu danej płyty,

φ_{1x} , φ_{1y} – współczynniki odczytane z tablicy 1.1 dla schematu 1, niezależnie od rzeczywistego schematu danej płyty.

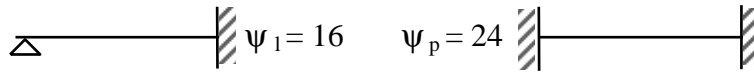
Momenty podporowe wyznacza się (z przybliżeniem) w założeniu całkowitego obciążenia wszystkich przęseł płyty obciążeniem $p = g + q$ z tym, że przekroje podporowe pól, z którymi graniczą pola przyległe, uważane są za utwierdzone.

Np. dla kierunku x , w zależności od schematów sąsiadujących płyt:

z lewej p_{xl}, l_{xl}

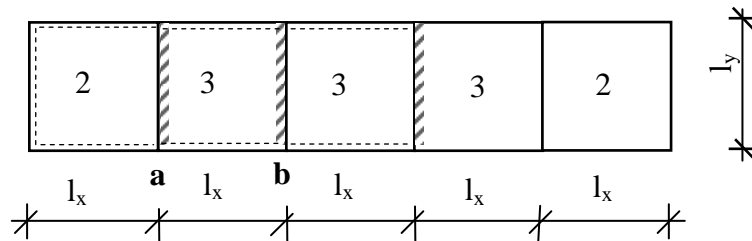
z prawej p_{xp}, l_{xp}

$$M = -\frac{p_{xl} \cdot l_{xl}^2}{\psi_1} - \frac{p_{xp} \cdot l_{xp}^2}{\psi_p}$$



Sposób postępowania na kierunku y jest analogiczny.

Przykład 1: Jednorzędowa, pięciopolewa płyta ciągła



Momenty przęsłowe w polach skrajnych (pola 2)

$$M_x = l_x^2 \cdot (\varphi_{2x} \cdot p' \pm \varphi_{1x} \cdot p'')$$

$$M_y = l_y^2 \cdot (\varphi_{2y} \cdot p' \pm \varphi_{1y} \cdot p'')$$

Momenty przęsłowe w polach środkowych (pola 3)

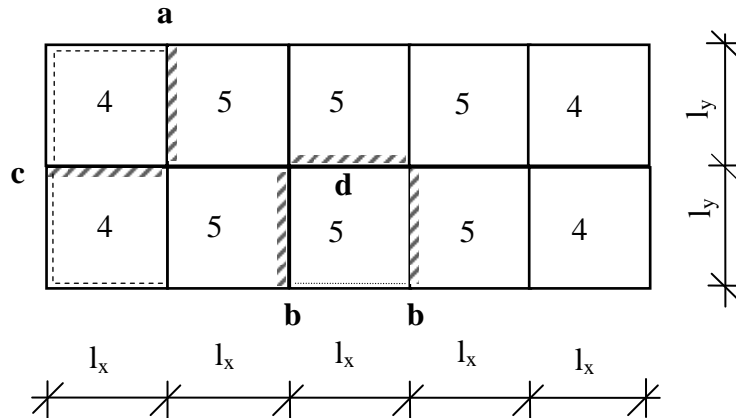
$$M_x = l_x^2 \cdot (\varphi_{3x} \cdot p' \pm \varphi_{1x} \cdot p'')$$

$$M_y = l_y^2 \cdot (\varphi_{3y} \cdot p' \pm \varphi_{1y} \cdot p'')$$

Momenty podporowe

$$M_a = -\left(\frac{\chi_2}{16} + \frac{\chi_3}{24}\right) \cdot p \cdot l_x^2$$

$$M_b = -\left(\frac{\chi_3}{24} + \frac{\chi_3}{24}\right) \cdot p \cdot l_x^2 = -\frac{\chi_3}{12} \cdot p \cdot l_x^2$$

Przykład 2: Dwurzędowa, pięciopolewa płyta ciągła

Momenty przęsłowe (pole 4)

$$M_x = l_x^2 \cdot (\varphi_{4x} \cdot p' \pm \varphi_{1x} \cdot p'')$$

$$M_y = l_y^2 \cdot (\varphi_{4y} \cdot p' \pm \varphi_{1y} \cdot p'')$$

Momenty przęsłowe (pole 5)

$$M_x = l_x^2 \cdot (\varphi_{5x} \cdot p' \pm \varphi_{1x} \cdot p'')$$

$$M_y = l_y^2 \cdot (\varphi_{5y} \cdot p' \pm \varphi_{1y} \cdot p'')$$

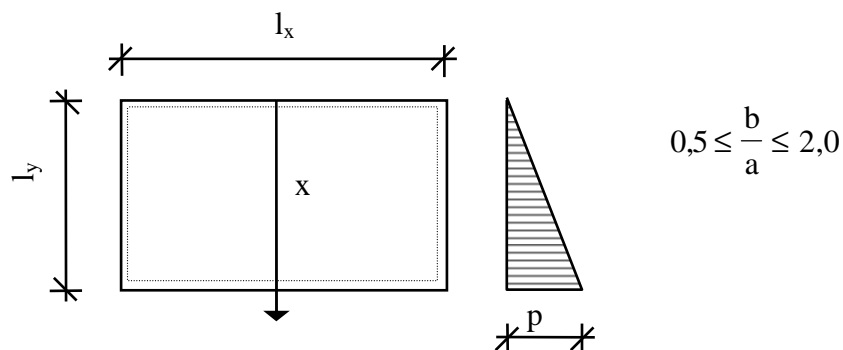
Momenty podporowe

$$M_a = -\left(\frac{\chi_4}{16} + \frac{\chi_5}{24}\right) \cdot p \cdot l_x^2$$

$$M_c = -\left(\frac{(1-\chi_4)}{16} + \frac{(1-\chi_4)}{16}\right) \cdot p \cdot l_y^2 = -\frac{(1-\chi_4)}{8} \cdot p \cdot l_y^2$$

$$M_b = -\left(\frac{\chi_5}{24} + \frac{\chi_5}{24}\right) \cdot p \cdot l_x^2 = -\frac{\chi_5}{12} \cdot p \cdot l_x^2$$

$$M_d = -\left(\frac{(1-\chi_5)}{16} + \frac{(1-\chi_5)}{16}\right) \cdot p \cdot l_y^2 = -\frac{(1-\chi_5)}{8} \cdot p \cdot l_y^2$$

3. Płyty prostokątne jednoprzęsłowe pod obciążeniem trójkątnym

Rys. 3.1. Schemat do obliczania płyt dwukierunkowo zginanych pod obciążeniem trójkątnym

Obliczanie płyt wg tablicy 3.1 i 3.2²:

$$\text{dla } 0,5 \leq l_y/l_x < 1: \quad M_x = k_x \cdot p \cdot l_y^2, \quad M_y = k_y \cdot p \cdot l_y^2,$$

$$\text{dla } 1 \leq l_y/l_x < 2: \quad M_x = k_x \cdot p \cdot l_x^2, \quad M_y = k_y \cdot p \cdot l_x^2,$$

² Kobiak J., Stachurski W.: Konstrukcje żelbetowe tom 2. Arkady, Warszawa 1987.

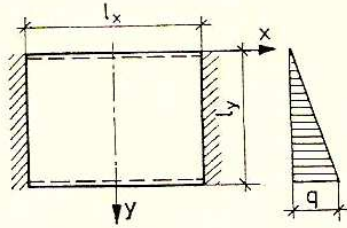
Tablica 3.1
Współczynniki do obliczania momentów zginających w płytach dwukierunkowo zginanych pod obciążeniem trójkątnym

Schematy	Schemat 1				Schemat 2				Schemat 3				Schematy	
	k_y	max prześłowny	k_x	max prześłowny	k_y	max prześłowny	k_x	max prześłowny	k_y	max prześłowny	k_x	max prześłowny		
$y/l_y/x$	1/2	0	1/2	0	1	1/2	0	0	1	1/2	0	1/2	max prześłowny	l_y/l_x
0,50	0,0482	0,0502	0,0087	0,0117	0,0273	0,0029	0,0051	-0,0336	-0,0512	0,0207	0,0208	0,0009	0,0037	0,50
0,60	0,0411	0,0435	0,0121	0,0135	-0,0629	0,0255	0,0046	-0,0333	-0,0506	0,0200	0,0201	0,0021	0,0048	0,60
0,70	0,0341	0,0369	0,0149	0,0149	-0,0597	0,0230	0,0067	-0,0324	-0,0493	0,0189	0,0190	0,0038	0,0060	0,70
0,80	0,0280	0,0311	0,0168	0,0168	-0,0561	0,0205	0,0084	-0,0309	-0,0472	0,0175	0,0177	0,0052	0,0069	0,80
0,90	0,0228	0,0260	0,0180	0,0180	-0,0523	0,0179	0,0101	-0,0290	-0,0456	0,0160	0,0163	0,0067	0,0075	0,90
1,00	0,0184	0,0216	0,0184	0,0184	-0,0495	0,0155	0,0111	-0,0267	-0,0432	0,0143	0,0148	0,0079	0,0079	1,00
1/0,90	0,0180	0,0228	0,0228	0,0228	-0,0549	0,0163	0,0148	-0,0298	-0,0504	0,0153	0,0164	0,0112	0,0112	1/0,90
1/0,80	0,0168	0,0232	0,0280	0,0280	-0,0612	0,0171	0,0197	-0,0323	-0,0575	0,0159	0,0177	0,0158	0,0158	1/0,80
1/0,70	0,0149	0,0233	0,0341	0,0345	-0,0689	0,0176	0,0259	-0,0342	-0,0676	0,0160	0,0184	0,0222	0,0222	1/0,70
1/0,60	0,0121	0,0225	0,0411	0,0425	-0,0764	0,0172	0,0838	-0,0360	-0,0748	0,0146	0,0175	0,0301	0,0301	1/0,60
1/0,50	0,0087	0,0208	0,0502	0,0514	-0,0840	0,0169	0,0423	-0,0374	-0,0840	0,0117	0,0168	0,0399	0,0399	1/0,50

Tablica 3.2

Współczynniki do obliczania sił poprzecznych w płytach prostokątnych opartych na obwodzie, pod obciążeniem trójkątnym

Schemat 1

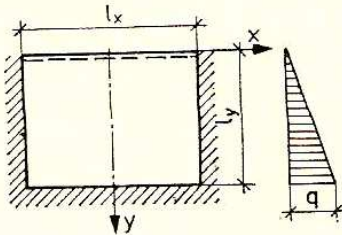


Dla poz. od 1 do 5
 $Q = kql_y$

Dla poz. 6
 $Q = kql_x l_y$

Współrzędne	l_y/l_x					
	2	1	1/2	1/5	1/10	1/∞
$x = 0; \quad y = l_y$	+0,1407	+0,2419	+0,3290	—	—	+0,3333
$x = \pm l_x/2; \quad y = l_y$	-0,2575	-0,4397	-0,5833	—	—	-0,6000
$x = \pm l_x/2; \quad y = l_y/2$	+0,1280	+0,2582	+0,3604	—	—	+0,3912
$x = \pm l_x/2; \quad y = 2/3 l_y$	+0,1736	+0,3113	+0,4023	—	—	+0,4116
$x = \pm l_x/2; \quad y = 3/4 l_y$	+0,1919	+0,3158	+0,3904	—	—	+0,3980
suma sił poprzecznych górnjej krawędzi	0,0000	0,0052	0,0538	0,1203	0,1435	0,1667

Schemat 2



$Q = kql_y$

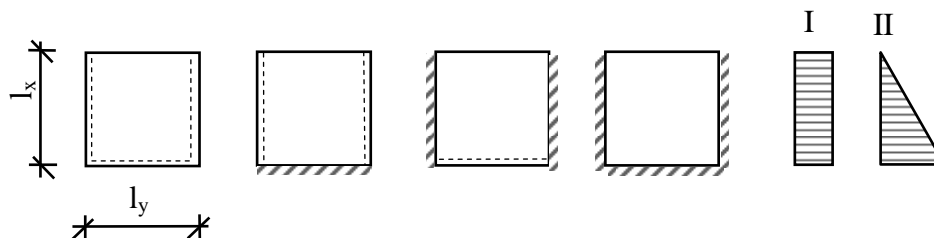
Współrzędne	l_y/l_x		
	3/2	1,0	2/3
$x = 0; \quad y = l_y$	0,207	0,295	0,387
$x = \pm l_x/2; \quad y = l_y$	0,000	0,000	0,000
$x = \pm l_x/2; \quad y = 0$	-0,005	0,045	0,129
$x = \pm l_x/2; \quad y = 1/2 l_y$	0,162	0,209	0,225
$x = \pm l_x/2; \quad y = 2/3 l_y$	0,191	0,216	0,213
$x = \pm l_x/2; \quad y = 5/6 l_y$	0,160	0,155	0,145

4. Płyty podparte na trzech krawędziach

Płyty prostokątne pod obciążeniem ciągłym równomiernym lub trójkątnym na całej powierzchni należy obliczać jako krzyżowo zbrojone, jeżeli stosunek boków zawiera się w granicach:

$$0,3 \leq \frac{l_x}{l_y} \leq 2$$

l_y - długość krawędzi niepodpartej i przeciwległej.



Rys. 4.1. Schematy płyt dwukierunkowo zginanych opartych na trzech krawędziach

Momenty przęsłowe i podporowe obliczamy wg ogólnych wzorów:

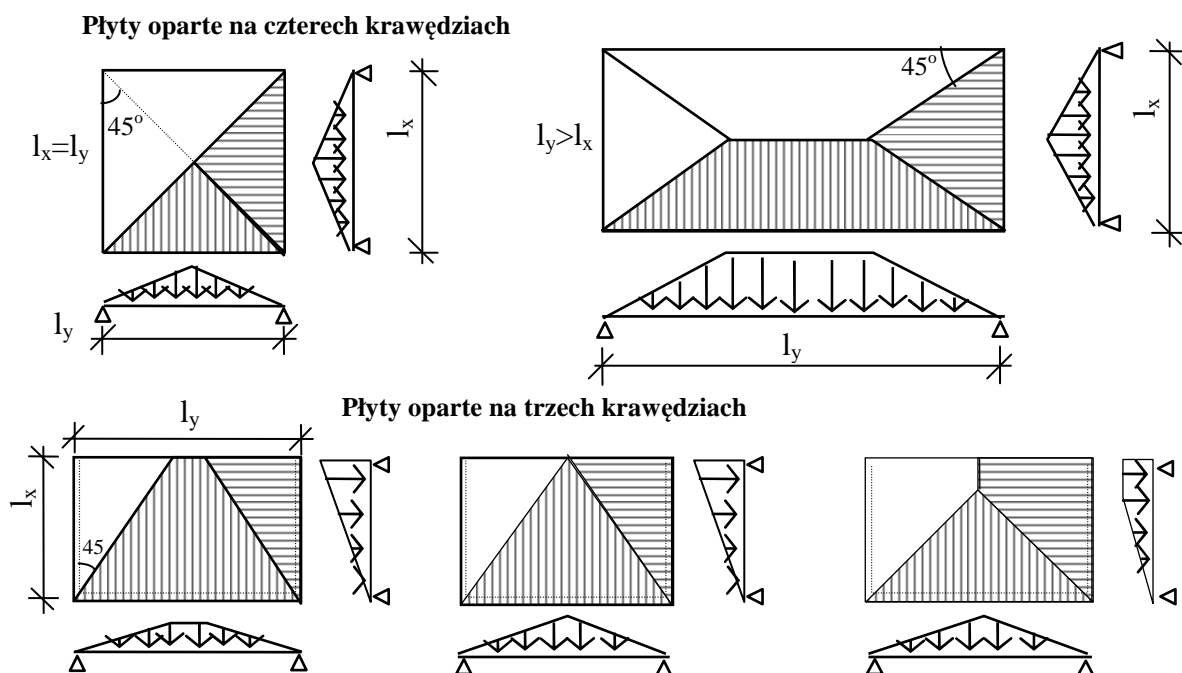
$$M_{xi} = k_{xi} \cdot p \cdot l_y^2$$

$$M_{yi} = k_{yi} \cdot p \cdot l_y^2$$

W tabelicy 4.1 i 4.2 zamieszczono współczynniki do obliczania płyt dwukierunkowo zginanych opartych na trzech krawędziach³.

5. Siły poprzeczne

Siły poprzeczne dla płyt obciążonych w sposób ciągły równomierny, będące reakcjami płyt na podpierające krawędzie, można obliczać w sposób przybliżony wg schematów rozkładu obciążeń przedstawionych na rys. 5.1.



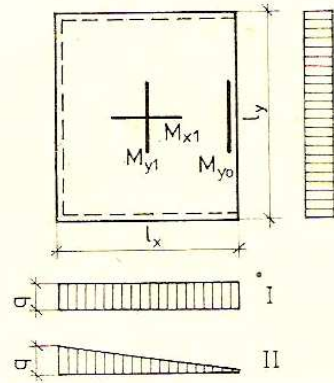
Rys. 5.1. Schematy do obliczania sił poprzecznych w płytach dwukierunkowo zginanych

³ Kobiak J., Stachurski W.: Konstrukcje żelbetowe tom 2. Arkady, Warszawa 1987.

Tablica 4.1

Współczynniki do obliczania płyt dwukierunkowo zginanych opartych na trzech krawędziach

Schemat 1

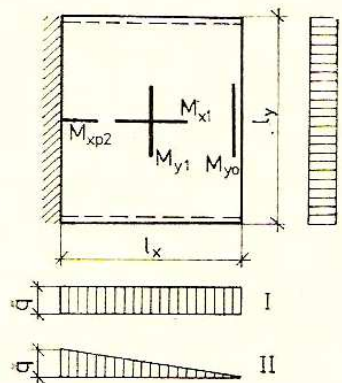


$$M_{x1} = k_{x1} q l_y^2 \quad M_{y0} = k_{y0} q l_y^2$$

$$M_{y1} = k_{y1} q l_y^2$$

l_x/l_y	Obciążenie I			Obciążenie II		
	k_{x1}	k_{y1}	k_{y0}	k_{x1}	k_{y1}	k_{y0}
0,30	0,0104	0,0144	0,0256	0,0052	0,0052	0,0086
0,40	0,0163	0,0241	0,0415	0,0084	0,0090	0,0138
0,50	0,0214	0,0344	0,0575	0,0113	0,0128	0,0190
0,60	0,0253	0,0444	0,0724	0,0136	0,0167	0,0234
0,70	0,0282	0,0538	0,0848	0,0154	0,0207	0,0271
0,80	0,0304	0,0614	0,0922	0,0168	0,0247	0,0297
0,90	0,0313	0,0703	0,1037	0,0177	0,0280	0,0313
1,00	0,0317	0,0767	0,1108	0,0181	0,0312	0,0327
1,20	0,0322	0,0886	0,1201	0,0184	0,0372	0,0334
1,50	0,0304	0,0995	0,1264	0,0177	0,0442	0,0314
2,00	0,0271	0,1115	0,1316	0,0155	0,0522	0,0275

Schemat 2

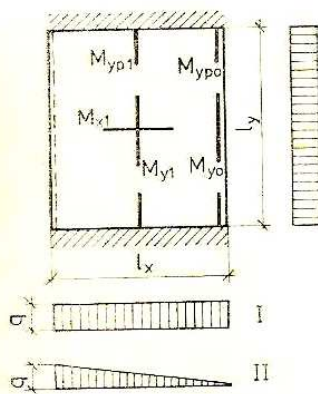


$$M_{x1} = k_{x1} q l_y^2 \quad M_{y0} = k_{y0} q l_y^2$$

$$M_{y1} = k_{y1} q l_y^2 \quad M_{xp2} = k_{xp2} q l_x^2$$

l_x/l_y	Obciążenie I				Obciążenie II			
	k_{x1}	k_{y1}	k_{y0}	k_{xp2}	k_{x1}	k_{y1}	k_{y0}	k_{xp2}
0,30	-0,0066	0,0006	0,0056	-0,4308	-0,0015	0,0003	0,0015	-0,1504
0,40	-0,0047	0,0047	0,0153	-0,3687	0,0001	0,0015	0,0041	-0,1342
0,50	-0,0013	0,0106	0,0288	-0,3091	0,0023	0,0035	0,0077	-0,1158
0,60	0,0041	0,0184	0,0436	-0,2513	0,0047	0,0063	0,0122	-0,1003
0,70	0,0096	0,0270	0,0594	-0,2066	0,0072	0,0097	0,0162	-0,0864
0,80	0,0149	0,0368	0,0736	-0,1702	0,0098	0,0133	0,0200	-0,0746
0,90	0,0193	0,0456	0,0858	-0,1416	0,0119	0,0166	0,0229	-0,0655
1,00	0,0230	0,0538	0,0955	-0,1182	0,0138	0,0198	0,0251	-0,0574
1,20	0,0280	0,0682	0,1098	-0,0845	0,0158	0,0267	0,0288	-0,0451
1,50	0,0302	0,0852	0,1229	-0,0548	0,0176	0,0356	0,0288	-0,0330
2,00	0,0288	0,1032	0,1308	-0,0312	0,0167	0,0464	0,0267	-0,0212

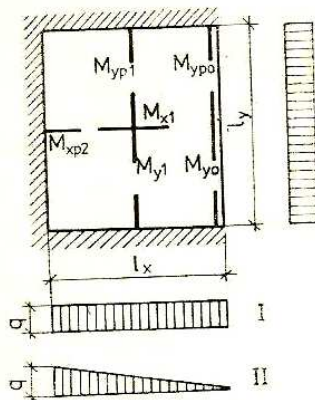
c. d. tablicy 4.1



Schemat 3

$$\begin{aligned}
 M_{x1} &= k_{x1} q l_y^2 & M_{y02} &= k_{y02} q l_y^2 \\
 M_{y1} &= k_{y1} q l_y^2 & M_{y01} &= k_{y01} q l_y^2 \\
 M_{y0} &= k_{y0} q l_y^2 & &
 \end{aligned}$$

l_x/l_y	Obciążenie I					Obciążenie II				
	k_{x1}	k_{y1}	k_{y0}	k_{y02}	k_{y01}	k_{x1}	k_{y1}	k_{y0}	k_{y02}	k_{y01}
0,30	0,0096	0,0120	0,0230	-0,0693	-0,0377	0,0053	0,0046	0,0073	-0,0212	-0,0138
0,40	0,0118	0,0186	0,0307	-0,0782	-0,0472	0,0077	0,0070	0,0099	-0,0227	-0,0186
0,50	0,0134	0,0233	0,0361	-0,0846	-0,0557	0,0090	0,0092	0,0115	-0,0228	-0,0227
0,60	0,0146	0,0268	0,0403	-0,0852	-0,0612	0,0095	0,0111	0,0119	-0,0202	-0,0262
0,70	0,0151	0,0301	0,0426	-0,0854	-0,0662	0,0097	0,0128	0,0118	-0,0178	-0,0294
0,80	0,0148	0,0331	0,0438	-0,0853	-0,0707	0,0098	0,0144	0,0113	-0,0155	-0,0322
0,90	0,0142	0,0350	0,0442	-0,0850	-0,0744	0,0094	0,0157	0,0106	-0,0132	-0,0344
1,00	0,0131	0,0363	0,0445	-0,0848	-0,0771	0,0089	0,0168	0,0096	-0,0113	-0,0365
1,20	0,0118	0,0387	0,0447	-0,0846	-0,0805	0,0080	0,0188	0,0083	-0,0092	-0,0393
1,50	0,0100	0,0408	0,0449	-0,0845	-0,0828	0,0064	0,0203	0,0064	-0,0070	-0,0414
2,00	0,0080	0,0417	0,0450	-0,0845	-0,0833	0,0043	0,0209	0,0042	-0,0046	-0,0425



Schemat 4

$$\begin{aligned}
 M_{x1} &= k_{x1} q l_y^2 & M_{xp2} &= k_{xp2} q l_x^2 \\
 M_{y1} &= k_{y1} q l_y^2 & M_{y02} &= k_{y02} q l_y^2 \\
 M_{y0} &= k_{y0} q l_y^2 & M_{y01} &= k_{y01} q l_y^2
 \end{aligned}$$

l_x/l_y	Obciążenie I						Obciążenie II					
	k_{x1}	k_{y1}	k_{y0}	k_{xp2}	k_{y02}	k_{y01}	k_{x1}	k_{y1}	k_{y0}	k_{xp2}	k_{y02}	k_{y01}
0,30	-0,0044	0,0018	0,0078	-0,3833	-0,0333	-0,0131	-0,0008	0,0007	0,0024	-0,1369	-0,0083	-0,0048
0,40	-0,0002	0,0068	0,0173	-0,2783	-0,0545	-0,0242	0,0004	0,0021	0,0048	-0,1147	-0,0131	-0,0079
0,50	0,0035	0,0120	0,0268	-0,2004	-0,0709	-0,0335	0,0021	0,0038	0,0068	-0,0916	-0,0158	-0,0117
0,60	0,0072	0,0177	0,0333	-0,1476	-0,0798	-0,0416	0,0042	0,0059	0,0083	-0,0728	-0,0166	-0,0160
0,70	0,0096	0,0218	0,0384	-0,1106	-0,0837	-0,0493	0,0061	0,0082	0,0092	-0,0565	-0,0164	-0,0202
0,80	0,0115	0,0249	0,0413	-0,0865	-0,0848	-0,0561	0,0080	0,0105	0,0099	-0,0453	-0,0156	-0,0241
0,90	0,0130	0,0271	0,0426	-0,0691	-0,0850	-0,0616	0,0091	0,0120	0,0099	-0,0390	-0,0138	-0,0272
1,00	0,0130	0,0289	0,0435	-0,0559	-0,0851	-0,0664	0,0093	0,0130	0,0095	-0,0345	-0,0119	-0,0301
1,20	0,0130	0,0329	0,0443	-0,0387	-0,0848	-0,0734	0,0089	0,0149	0,0082	-0,0260	-0,0100	-0,0347
1,50	0,0112	0,0371	0,0449	-0,0248	-0,0846	-0,0793	0,0071	0,0169	0,0063	-0,0182	-0,0074	-0,0382
2,00	0,0092	0,0406	0,0450	-0,0139	-0,0845	-0,0830	0,0051	0,0191	0,0041	-0,0112	-0,0046	-0,0412

Tablica 4.2

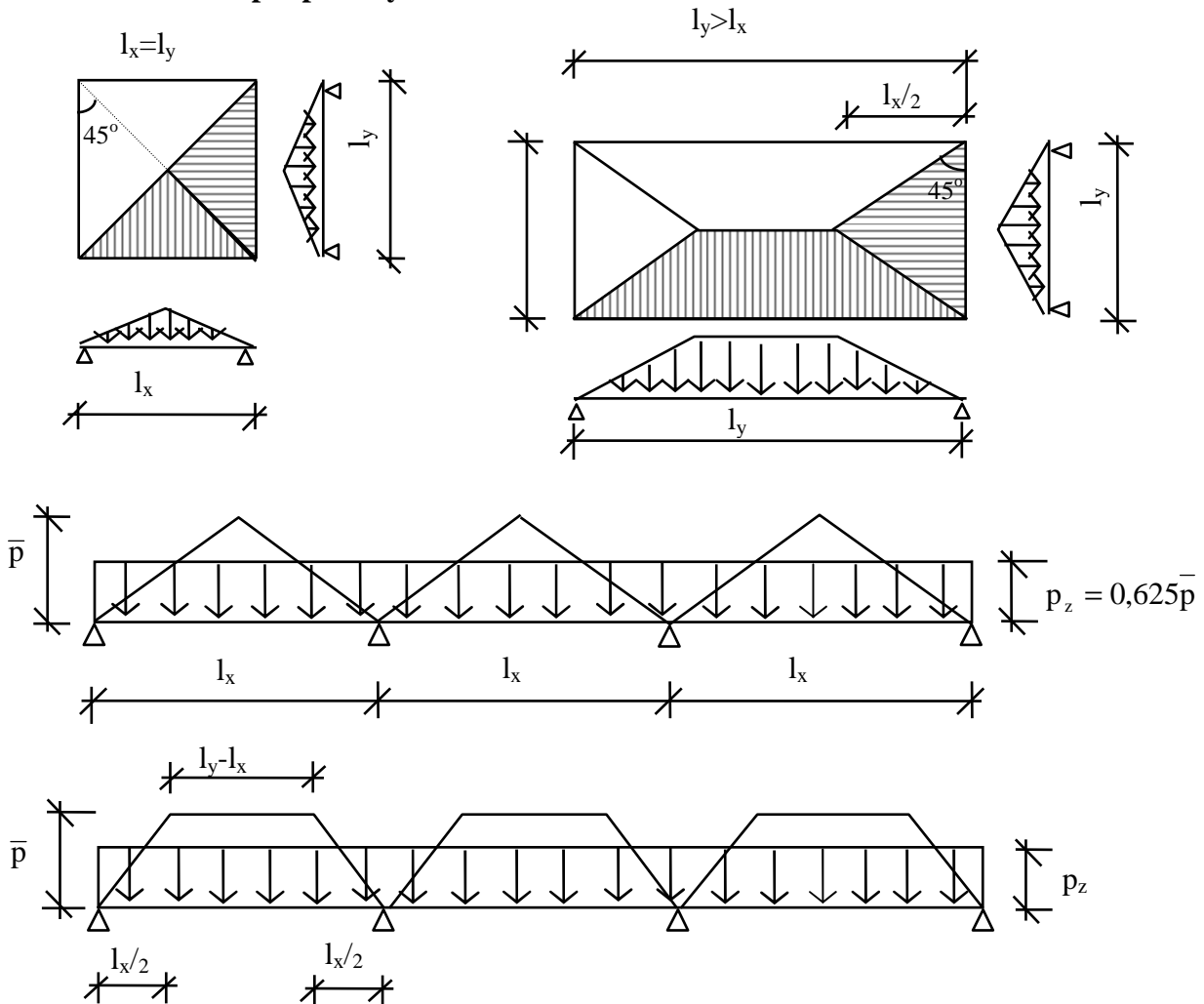
Współczynniki do obliczania sił poprzecznych w płytach dwukierunkowo zginanych opartych na trzech krawędziach pod obciążeniem trójkątnym



$$Q = kql_y$$

Współrzędne	l_y/l_x			
	2	1	1/2	1/3
$x = 0; y = l_y$	+0,141	+0,242	+0,380	+0,450
$x = \pm l_x/2; y = l_y$	-0,258	-0,440	-0,583	-0,590
$x = \pm l_x/2; y = 0$	0,000	+0,010	+0,100	+0,165
$x = \pm l_x/2; y = 1/2l_y$	+0,128	+0,258	+0,375	+0,406
$x = \pm l_x/2; y = 2/3l_y$	+0,174	+0,311	+0,406	+0,416
$x = \pm l_x/2; y = 3/4l_y$	+0,192	+0,315	+0,390	+0,398

6. Obliczanie belek podporowych



$$p_z = \bar{p} \left(1 - \frac{1}{2\alpha^2} + \frac{1}{8\alpha^3} \right), \quad \alpha = \frac{l_y}{l_x}$$