

# **Autodesk Robot Structural Analysis**

**PRZYKŁADY WERYFIKACYJNE DO  
OBLICZEŃ WG POLSKICH NORM**

**Marzec 2009**

Copyright© 2009 Autodesk, Inc. Wszelkie prawa zastrzeżone

Ta publikacja, ani żadna jej część, nie może być reprodukowana w żadnej formie, żadną metodą i w żadnym celu.

AUTODESK, INC. NIE UDZIELA GWARANCJI ANI RĘKOJMI, W TYM UMOWNYCH ORAZ WSZELKICH WYNIKAJĄCYCH Z OBOWIĄZUJĄCEGO PRAWA NA UDOSTĘPNIONE PRZEZ AUTODESK MATERIAŁY, ZARÓWNO W ODNIESIENIU DO WAD TYCH MATERIAŁÓW, JAK I PRZYDATNOŚCI DO PRZEZNACZONEGO UŻYTKU I UDOSTĘPNIA JE WYŁĄCZNIE W TAKIM STANIE, W JAKIM SIĘ ZNAJDUJĄ W CHWILI UDOSTĘPNIENIA.

W ŻADNYM WYPADKU AUTODESK, INC. NIE PONOSI ODPOWIEDZIALNOŚCI WOBEC OSÓB TRZECICH ZA SZKODY POWSTAŁE W ZWIĄZKU Z ZAKUPEM LUB UŻYCIEM UDOSTĘPNIONYCH MATERIAŁÓW, W TYM ZA SZKODY WYNIKŁE POŚREDNIO, BĘDĄCE SKUTKIEM UBOCZNYM ORAZ SZKODY NIEBĘDĄCE ZWYKŁYM NASTĘPSTWEM TAKIEGO ZAKUPU LUB UŻYCIEM. WYŁĄCZNĄ ODPOWIEDZIALNOŚĆ, JAKĄ PRZYJMUJE AUTODESK, INC. NIEZALEŻNIE OD FORMY DZIAŁANIA OGRANICZA SIĘ DO WYSOKOŚCI CENY ZAKUPU MATERIAŁÓW, O KTÓRYCH MOWA POWYŻEJ.

Autodesk, Inc. zastrzega sobie prawo do wprowadzania poprawek i udoskonalania produktów stosownie do potrzeb. Publikacja ta opisuje stan produktu w momencie jego wydania i może odbiegać od późniejszych wersji produktu.

#### **Znaki towarowe firmy Autodesk**

Następujące znaki są zarejestrowanymi znakami towarowymi firmy Autodesk, Inc. w USA i/lub w innych krajach: Autodesk Robot Structural Analysis, Autodesk Concrete Building Structures, Spreadsheet Calculator, AutoCAD, Autodesk, Autodesk Inventor, Autodesk (logo) i Autodesk Revit.

#### **Znaki towarowe innych uprawnionych**

Wszystkie pozostałe nazwy znaków firmowych, nazwy produktów lub znaki towarowe należą do ich prawnych właścicieli.

#### **Współpraca programistyczna z innymi podmiotami**

ACIS Copyright © 1989–2001 Spatial Corp. Częściowo Copyright © 2002 Autodesk, Inc. Copyright© 1997 Microsoft Corporation. Wszelkie prawa zastrzeżone.

International CorrectSpell™ Spelling Correction System© 1995 to własność Lernout & Hauspie Speech Products, N.V. Wszelkie prawa zastrzeżone.

InstallShield™ 3.0. Copyright© 1997 InstallShield Software Corporation. Wszelkie prawa zastrzeżone.

Należy zapoznać się z bieżącą dokumentacją PANTONE Color Publications w celu odzyskania dokładnego koloru. PANTONE® oraz inne znaki towarowe Pantone, Inc. są wyłączną własnością Pantone, Inc.© Pantone, Inc., 2002

Częściowo Copyright© 1991–1996 Arthur D. Applegate. Wszelkie prawa zastrzeżone. Częściowo oprogramowanie bazuje na współpracy z Independent JPEG Group.

Czcionki z biblioteki czcionek Bitstream® Copyright 1992.

Czcionki z Payne Loving Trust© 1996. Wszelkie prawa zastrzeżone.

Wydrukowany podręcznik oraz system pomocy powstały przy użyciu programu Idiom WorldServer™.

#### **INSTYTUCJE RZĄDOWE**

Używanie, powielanie lub ujawnianie podlega ograniczeniom określonym przez Rząd Stanów Zjednoczonych odpowiednio w FAR 12.212 (Commercial Computer Software-Restricted Rights) i DFAR 227.7202 (Rights in Technical Data and Computer Software).

# SPIS TREŚCI

<b>WSTĘP</b> .....	<b>1</b>
<b>STAL - PN-90/B-03200</b> .....	<b>2</b>
PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 1 - ŚCISKANIE OSIOWE I.....	3
PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 2 - ŚCISKANIE OSIOWE II.....	8
PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 3 - ŚCISKANIE OSIOWE PASA KRATOWNICY.....	11
PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 4 - ZGINANA BELKA ZABEZPIECZONA PRZED ZWICHRZENIEM.....	14
PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 5 - ZGINANA BELKA NIEZABEZPIECZONA PRZED ZWICHRZENIEM.....	19
PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 6 - ŚCISKANIE ZE ZGINANIEM SŁUPA O PRZEKROJU DWUTEOWYM.....	23
<b>BETON - ZBROJENIE SŁUPÓW WG PN-EN 03264:2002</b> .....	<b>27</b>
PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 1 - SŁUP MIMOŚRODOWO ŚCISKANY I.....	28
PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 2 - SŁUP MIMOŚRODOWO ŚCISKANY II.....	34
PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 3 - SŁUP MIMOŚRODOWO ŚCISKANY III.....	38
PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 4 - SŁUP ŚCISKANY Z DWUKIERUNKOWYM MIMOŚRODEM.....	42
<b>LITERATURA</b> .....	<b>49</b>

# WSTĘP

Podręcznik weryfikacyjny zawiera przykłady obliczeń konstrukcji zaprojektowanych i obliczonych przy pomocy programu **Autodesk Robot Structural Analysis version 2010**. Wszystkie przykłady zostały wzięte z dostępnej literatury i publikacji. Wybrano przykłady w możliwie najszerszym zakresie pokrywające zakres zagadnień obliczeń normowych. Część obliczeń porównywana jest także z obliczeniami ręcznymi. Odpowiednie rezultaty (oznaczone jako "Książka") są wybierane i porównywane z rezultatami otrzymanymi przy pomocy Autodesk Robot Structural Analysis (oznaczone jako "Robot").

Każdy przykład zawiera następujące części:

- Tytuł przykładu
- specyfikacja przykładu
- Wynik obliczeń programem Robot
- Wydruk rezultatów obliczeń
- Porównanie wyników: Robot – wyniki książkowe/ręczne
- Wnioski (jeśli konieczne)

## **Stal - PN-90/B-03200**

## PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 1 - Ściskanie osiowe I

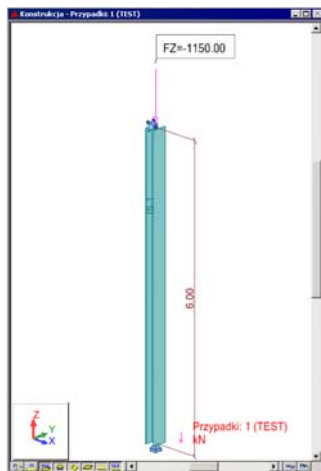
Przykład zaczerpnięty z PODSTAWY PROJEKTOWANIA KONSTRUKCJI METALOWYCH  
autorstwa Jana Żmudy

### TYTUŁ:

Ściskanie osiowe (Przykład 4.4).

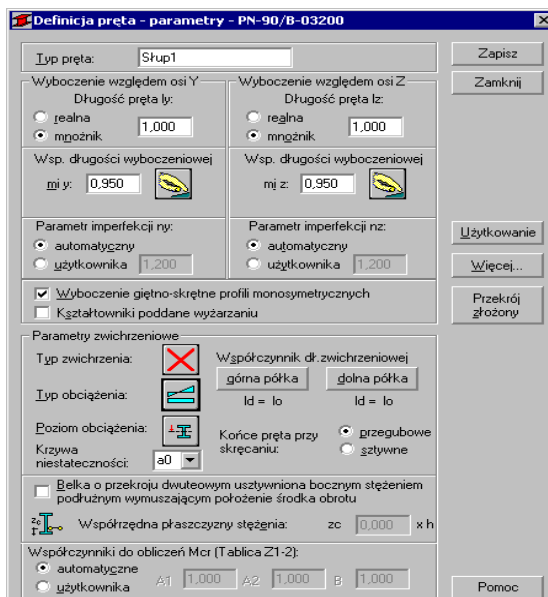
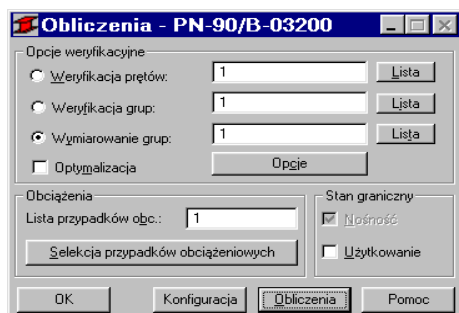
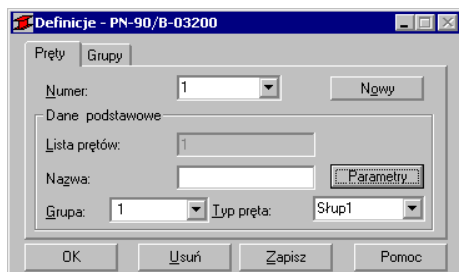
### OPIS PROBLEMU:

Zaprojektować trzon słupa obustronnie podpartego przegubowo nieprzesuwnie, o wysokości 6 m, z przekrojem poprzecznym spawanym z blach w kształcie H, ze stali ST3S. Słup obciążony będzie siłą  $P = 1150$  kN.

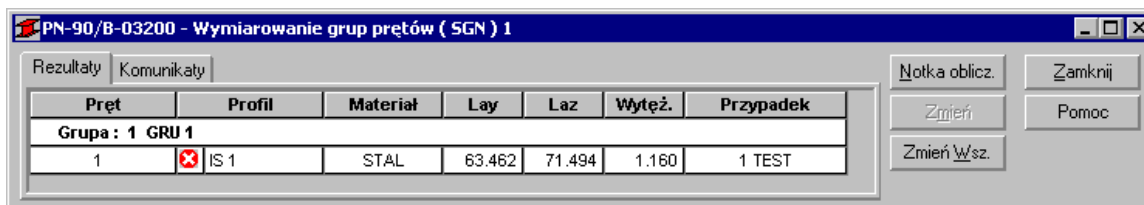


### ROZWIĄZANIE:

W celu zdefiniowania parametrów dla analizowanego pręta, wstępnie użyty zostanie gotowy zestaw parametrów, który następnie zostanie zmodyfikowany i zapisany pod nową nazwą. W tym celu należy w oknie DEFINICJE/PREĘTY wybrać z listy *Typ pręta* predefiniowany zestaw parametrów **SŁUP**. Aby go zmodyfikować kliknij w przycisk *Parametry*. Po otwarciu okna DEFINICJA PRĘTA – PARAMETRY wpisz nową nazwę SŁUP1 w polu *Typ pręta*. Zgodnie z przykładem należy przyjąć wartości 0.95 współczynników długości wyboeczeniowej na obydwu kierunkach wyboeczenia Y i Z. W tym celu przejdź do pola *Wsp. Długości wyboeczeniowej miy* i wpisz wartość 0.95. W podobny sposób zdefiniuj współczynnik długości wyboeczeniowej na kierunku Z. Zapamiętaj nowo zdefiniowany zestaw parametrów pręta 1 wciskając przycisk *Zapisz*.



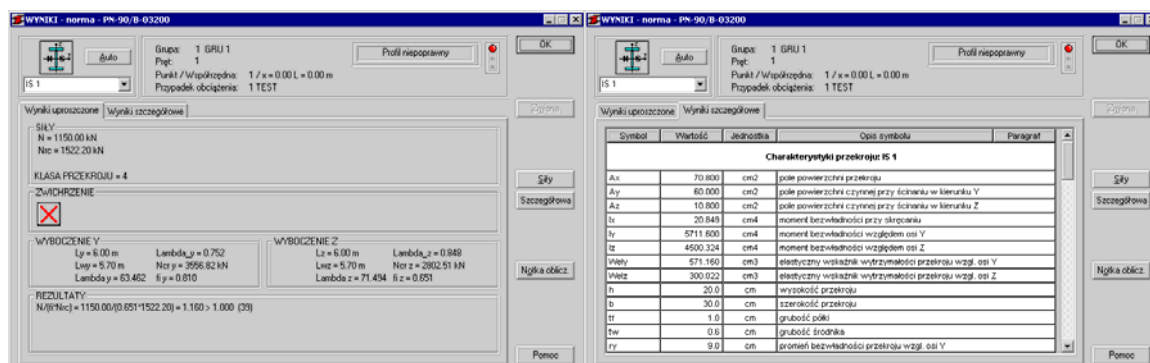
W celu rozpoczęcia obliczeń należy przejść do okna OBLICZENIA. W polu Wymiarowanie grup wpisz numer analizowanego pręta 1. W polu *Lista przypadków obciążeniowych* wpisz numer przypadku 1. Ponieważ obliczenia stanu granicznego użytkownika nie będą prowadzone wyłącz opcje *Stan graniczny – Użytkowanie*. Uruchom obliczenia wciskając klawisz *Obliczenia*. Okno rezultatów skróconych zawiera zestaw najistotniejszych wyników dla analizowanych prętów (np. współczynnik wyężenia, decydujące przypadki obciążeniowe itp.).



Kliknięcie w linie z wynikami dla pręta 1 spowoduje otwarcie okna WYNIKI, w którym użytkownik może znaleźć wszystkie szczegółowe informacje na temat przyjętych parametrów i przeprowadzonych obliczeń. Poniżej zamieszczono widok okna WYNIKI z aktywnymi zakładkami *Wyniki uproszczone* i *Wyniki szczegółowe*. Dodatkowo prezentowana jest notka obliczeniowa będąca dokładnym odzwierciedleniem rezultatów prezentowanych na zakładce *Wyniki uproszczone*.

### WYNIKI:

W przykładzie przyjęto do obliczeń przekrój typu H o wymiarach  $H \times B \times t_w \times t_f = 180 \times 300 \times 6 \times 10$  mm. Ponieważ profil jest klasy 4 obliczenia powinny być prowadzone z uwzględnieniem efektu niestateczności lokalnej ścianki (tutaj półki). Od wersji 13.5 Robot posiada możliwość przeprowadzania obliczeń dla profili znajdujących się w stanie **krytycznym** lub **nadkrytycznym**. Domyślnie przyjmowane są obliczenia w stanie krytycznym. Poniżej prezentowane są wyniki obliczeń w stanie krytycznym.



## OBLICZENIA KONSTRUKCJI STALOWYCH

**NORMA:** *PN-90/B-03200*

**TYP ANALIZY:** *Wymiarowanie grup prętów*

**GRUPA:** *1 GRU 1*

**PRĘT:** *1*

**PUNKT:** *1*

**WSPÓLRZĘDNA:** *x = 0.00 L = 0.00 m*

**OBCIĄŻENIA:**

*Decydujący przypadek obciążenia:* *1 TEST*

**MATERIAŁ:** *STAL*

*f<sub>d</sub> = 215.00 MPa*

*E = 205000.00 MPa*

**PARAMETRY PRZEKROJU: IS 1**

h=20.0 cm			
b=30.0 cm	Ay=60.000 cm <sup>2</sup>	Az=10.800 cm <sup>2</sup>	Ax=70.800 cm <sup>2</sup>
tw=0.6 cm	Iy=5711.600 cm <sup>4</sup>	Iz=4500.324 cm <sup>4</sup>	Ix=20.849 cm <sup>4</sup>
tf=1.0 cm	Wely=571.160 cm <sup>3</sup>	Welz=300.022 cm <sup>3</sup>	

**SIŁY WEWNĘTRZNE I NOŚNOŚCI:**

N = 1150.00 kN  
 Nrc = 1522.20 kN  
 KLASA PRZEKROJU = 4

**PARAMETRY ZWICHRZENIOWE:****PARAMETRY WYBOCZENIOWE:**

względem osi Y:		względem osi Z:	
Ly = 6.00 m	Lambda_y = 0.752	Lz = 6.00 m	Lambda_z = 0.848
Lwy = 5.70 m	Ncr y = 3556.82 kN	Lwz = 5.70 m	Ncr z = 2802.51 kN
Lambda y = 63.462	fi y = 0.810	Lambda z = 71.494	fi z = 0.651

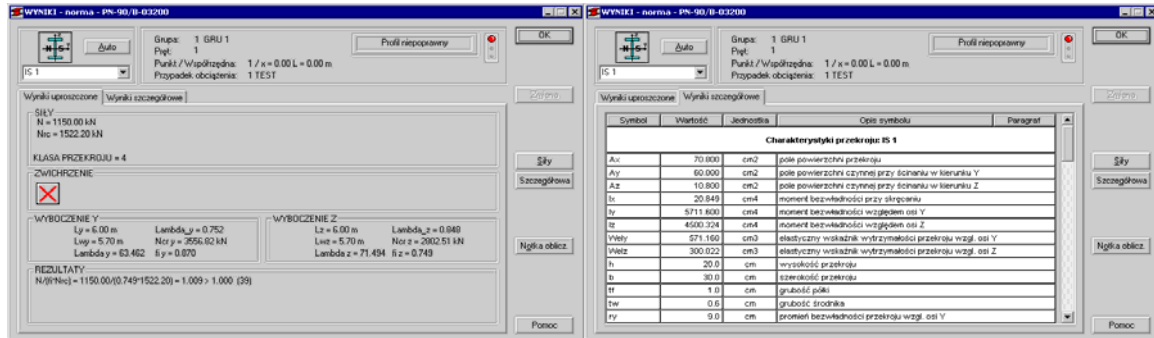
**FORMUŁY WERYFIKACYJNE:**

$N/(fi*Nrc) = 1150.00/(0.651*1522.20) = 1.160 > 1.000$  (39)

**Profil niepoprawny!!!**

Przekrój słupa należy przekonstruować i powtórzyć obliczenia. Gdyby założyć wykonanie wyżarzania odprężającego słupa, co jest rzadko praktykowane, wtedy współczynnik  $\varphi$  można przyjąć wg krzywej b. Nośność przekroju słupa będzie wtedy zapewniona. W celu weryfikacji pręta poddanego wstępnemu wyżarzaniu w oknie dialogowym DEFINICJA PRĘTA – PARAMETRY uaktywnij opcję *Kształtowniki poddane wyżarzaniu*. Następnie zapisz zmodyfikowany zestaw parametrów wciskając klawisz *Zapisz*. Uruchom ponownie obliczenia. Wyniki dla pręta poddanego wyżarzaniu pokazano poniżej.





## OBLICZENIA KONSTRUKCJI STALOWYCH

**NORMA:** PN-90/B-03200

**TYP ANALIZY:** Wymiarowanie grup prętów

**GRUPA:** 1 GRU 1

**PRĘT:** 1

**PUNKT:** 1

**WSPÓŁRZĘDNA:**  $x = 0.00$   $L = 0.00$  m

**OBCIĄŻENIA:**

Decydujący przypadek obciążenia: 1 TEST

**MATERIAŁ:** STAL

$f_d = 215.00$  MPa

$E = 205000.00$  MPa



**PARAMETRY PRZEKROJU:** IS 1

$h = 20.0$  cm

$b = 30.0$  cm

$t_w = 0.6$  cm

$t_f = 1.0$  cm

$A_y = 60.000$  cm<sup>2</sup>

$I_y = 5711.600$  cm<sup>4</sup>

$W_{ely} = 571.160$  cm<sup>3</sup>

$A_z = 10.800$  cm<sup>2</sup>

$I_z = 4500.324$  cm<sup>4</sup>

$W_{elz} = 300.022$  cm<sup>3</sup>

$A_x = 70.800$  cm<sup>2</sup>

$I_x = 20.849$  cm<sup>4</sup>

**SIŁY WEWNĘTRZNE I NOŚNOŚCI:**

$N = 1150.00$  kN

$N_{rc} = 1522.20$  kN

KLASA PRZEKROJU = 4



**PARAMETRY ZWICHRZENIOWE:**

**PARAMETRY WYBOCZENIOWE:**

względem osi Y:

$L_y = 6.00$  m

$L_{wy} = 5.70$  m

$\lambda_y = 63.462$

$\lambda_{y} = 0.752$

$N_{cr y} = 3556.82$  kN

$f_{iy} = 0.870$

względem osi Z:

$L_z = 6.00$  m

$L_{wz} = 5.70$  m

$\lambda_z = 71.494$

$\lambda_z = 0.848$

$N_{cr z} = 2802.51$  kN

$f_{iz} = 0.749$

**FORMUŁY WERYFIKACYJNE:**

$N / (f_i \cdot N_{rc}) = 1150.00 / (0.749 \cdot 1522.20) = 1.009 > 1.000$  (39)

**Profil niepoprawny!!!**

**PORÓWNANIE WYNIKÓW:**

Nośności, warunki normowe	Robot	Książka
<i>Pręt nie poddany wyżarzaniu:</i>		
1.Nośność obliczeniowa pręta przy ściskaniu $N_{Rc}$ [kN]	1522.2	1522.2
2.Współczynnik wyboczeniowy $\varphi_z$ wzgl. osi z-z	0.651	0.65
3.Warunek sprawdzający [wzór (39) PN-90/B-32000]	1.16	1.16
<i>Pręt poddany wyżarzaniu:</i>		
1.Współczynnik wyboczeniowy $\varphi_z$ wzgl. osi z-z	0.749	0.747
2.Warunek sprawdzający [wzór (39) PN-90/B-32000]	1.009	1.011

## PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 2 - Ściskanie osiowe II

Przykład zaczerpnięty z artykułu "Obliczenia prętów ściskanych osiowo według PN-90/B-3200" J.

Augustyn, J. Bródka, J. Laguna .

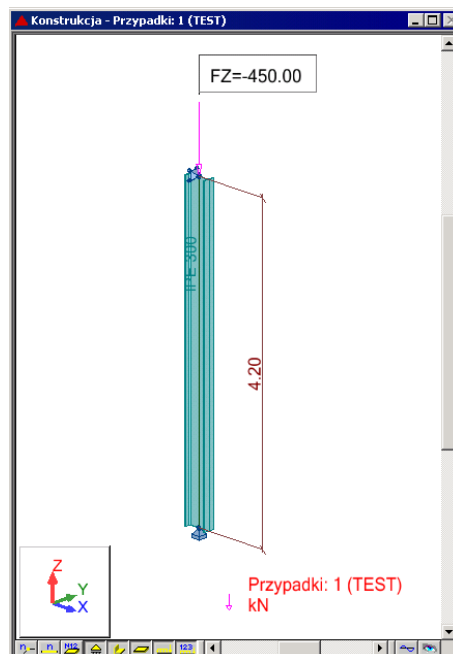
Artykuł zamieszczono w polskim czasopiśmie dla inżynierów budownictwa  
INŻYNIERIA I BUDOWNICTWO No. 1'91

### TYTUŁ:

Ściskanie osiowe pręta o przekroju klasy 4 (Przykład 1).

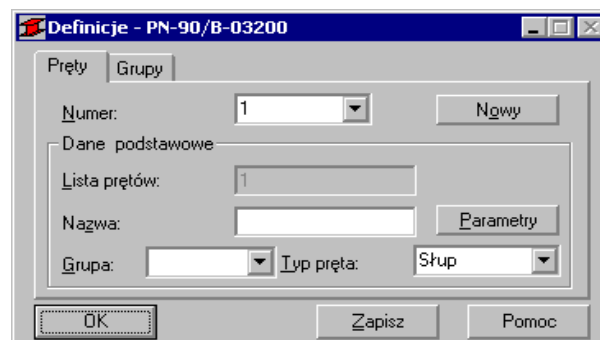
### OPIS PROBLEMU:

Przeprowadzić weryfikację słupa wykonanego ze stali 18G2AV poddanego obciążeniu siłą osiową o wartości obliczeniowej  $P = 450$  kN. Przyjąć schemat słupa obustronnie przegubowo podpartego w obydwu kierunkach wybooczenia. Sugerowany przekrój analizowanego słupa IPE 300.

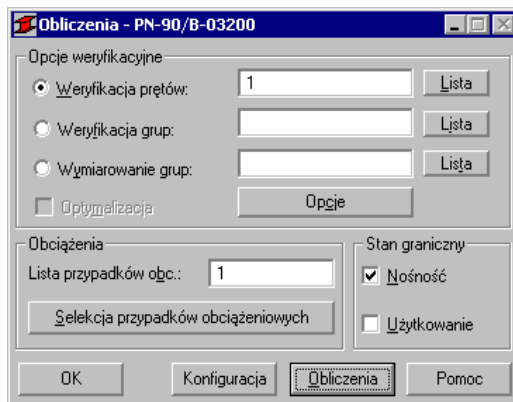


### ROZWIĄZANIE:

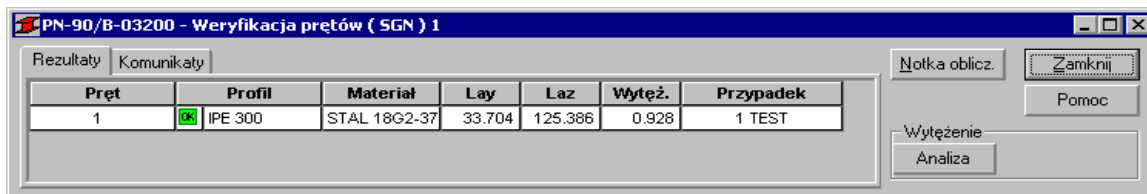
W celu zdefiniowania parametrów dla analizowanego pręta można użyć gotowego zestawu parametrów o nazwie SŁUP. W tym celu w oknie dialogowym DEFINICJE/PRETY wybierz z listy Typ pręta predefiniowany zestaw parametrów SŁUP. Zapisz nową definicję pręta 1 wciskając klawisz Zapisz.



W celu rozpoczęcia obliczeń przejdź do okna dialogowego OBLICZENIA. W polu Weryfikacja prętów wpisz numer analizowanego pręta 1. W polu *Lista przypadków obciążeniowych* wpisz numer przypadku 1. Ponieważ obliczenia stanu granicznego użytkownika nie będą prowadzone wyłącz opcje *Stan graniczny – Użytkowanie*. Uruchom obliczenia wciskając klawisz *Obliczenia*.

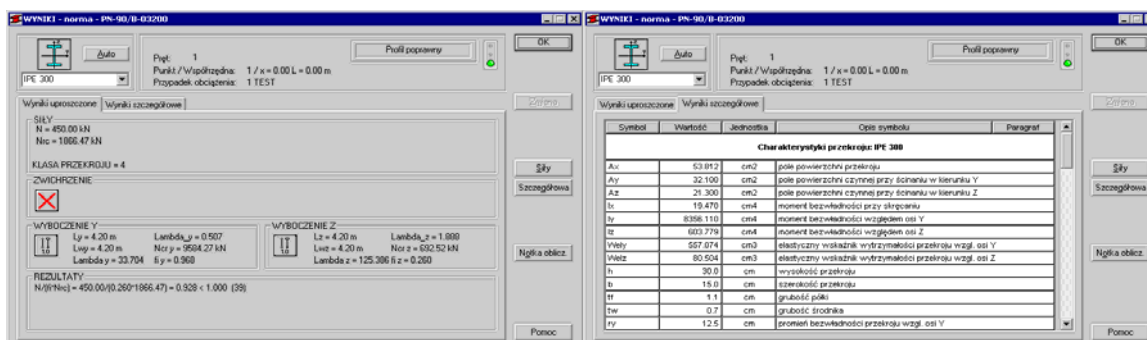


Okno rezultatów skróconych zawiera zestaw najistotniejszych wyników dla analizowanych prętów (np. współczynnik wyężenia, decydujące przypadki obciążeniowe itp.).



Kliknięcie w linie z wynikami dla pręta 1 spowoduje otwarcie okna WYNIKI, w którym użytkownik może znaleźć wszystkie szczegółowe informacje na temat przyjętych parametrów i przeprowadzonych obliczeń. Poniżej zamieszczono widok okna WYNIKI z aktywnymi zakładkami *Wyniki uproszczone* i *Wyniki szczegółowe*. Dodatkowo prezentowana jest notka obliczeniowa będąca dokładnym odzwierciedleniem rezultatów prezentowanych na zakładce *Wyniki uproszczone*.

## WYNIKI:



## OBLICZENIA KONSTRUKCJI STAŁOWYCH

**NORMA:** *PN-90/B-03200*

**TYP ANALIZY:** Weryfikacja prętów

**GRUPA:**

**PRĘT:** 1

**PUNKT:** 1

**WSPÓLRZĘDNA:** x=0.00 L

**OBCIĄŻENIA:**

Decydujący przypadek obciążenia: 1 TEST

**MATERIAŁ:** STAL 18G2-370

fd = 370.00 MPa

E = 205000.00 MPa



**PARAMETRY PRZEKROJU: IPE 300**

h=30.0 cm

b=15.0 cm

tw=0.7 cm

tf=1.1 cm

Ay=32.100 cm<sup>2</sup>

Iy=8356.110 cm<sup>4</sup>

Wely=557.074 cm<sup>3</sup>

Az=21.300 cm<sup>2</sup>

Iz=603.779 cm<sup>4</sup>

Welz=80.504 cm<sup>3</sup>

Ax=53.812 cm<sup>2</sup>

Ix=19.470 cm<sup>4</sup>

**SIŁY WEWNĘTRZNE I NOŚNOŚCI:**

N = 450.00 kN

Nrc = 1866.47 kN

KLASA PRZEKROJU = 4



**PARAMETRY ZWICHRZENIOWE:**

**PARAMETRY WYBOCZENIOWE:**



względem osi Y:

Ly = 4.20 m

Lwy = 4.20 m

Lambda y = 33.704

Lambda\_y = 0.507

Ncr y = 9584.27 kN

fi y = 0.968



względem osi Z:

Lz = 4.20 m

Lwz = 4.20 m

Lambda z = 125.386

Lambda\_z = 1.888

Ncr z = 692.52 kN

fi z = 0.260

**FORMUŁY WERYFIKACYJNE:**

$N/(fi \cdot Nrc) = 450.00/(0.260 \cdot 1866.47) = 0.928 < 1.000$  (39)

**Profil poprawny!!!**

**PORÓWNANIE WYNIKÓW:**

Nośności, warunki normowe	Robot	Artykuł
1. Nośność obliczeniowa pręta przy ściskaniu $N_{Rc}$ [kN]	1866.47	1867
2. Współczynnik wyboyczeniowy $\varphi_z$ wzgl. osi z-z	0.260	0.257
3. Warunek sprawdzający [wzór (39) PN-90/B-32000]	0.928	0.938

## PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 3 - Ściskanie osiowe pasa kratownicy

Przykład zaczerpnięty z artykułu "Obliczenia prętów ściskanych osiowo według PN-90/B-3200" J. Augustyn, J. Bródka, J. Laguna.

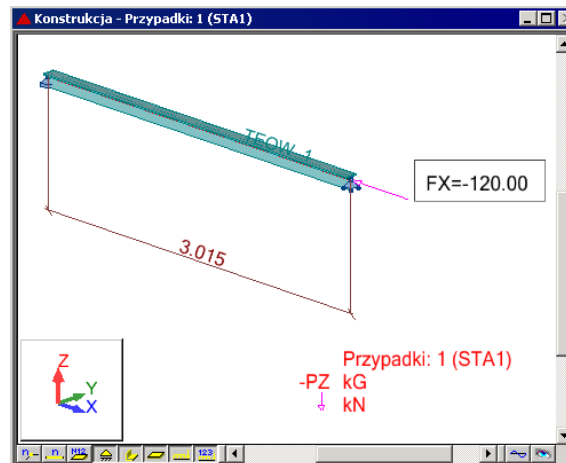
Artykuł zamieszczono w polskim czasopiśmie dla inżynierów budownictwa  
INŻYNIERIA I BUDOWNICTWO No. 1'91

### TYTUŁ:

Ściskanie osiowe pasa kratownicy wykonanego z teownika spawanego (Przykład 2).

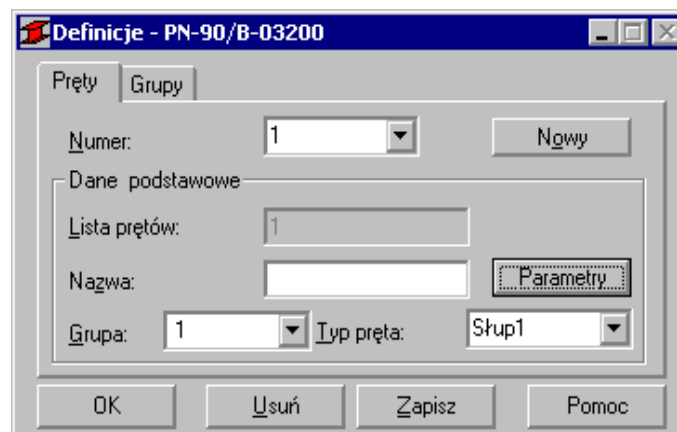
### OPIS PROBLEMU:

Przeprowadzić weryfikację górnego pasa kratownicy wykonanego ze stali 18G2A – 305 MPa poddanego obciążeniu siłą osiową o wartości obliczeniowej  $P = 120$  kN. Przyjąć schemat pręta obustronnie przegubowo podpartego w obydwu kierunkach wybożenia. Sugerowany przekrój analizowanego słupa to spawany przekrój teowy o wymiarach  $h \times b \times t_w \times t_f = 100 \times 100 \times 10 \times 10$  mm.

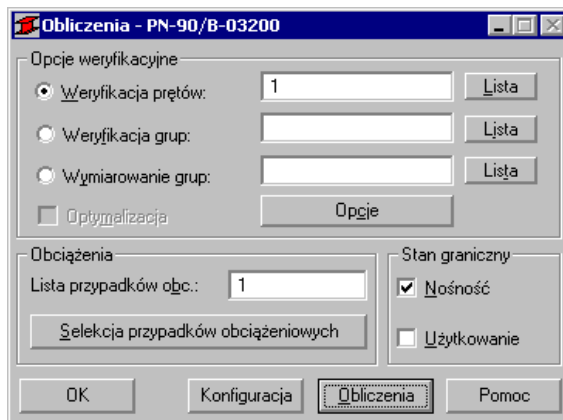


### ROZWIĄZANIE:

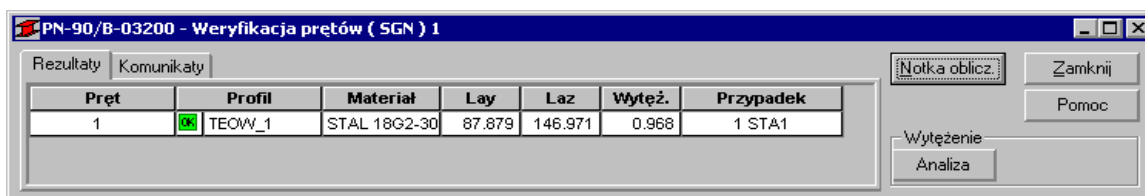
W celu zdefiniowania parametrów dla analizowanego pręta, wstępnie użyty zostanie gotowy zestaw parametrów, który następnie zostanie zmodyfikowany i zapisany pod nową nazwą. W tym celu należy na zakładce DEFINICJE/PREĘTY wybrać z listy *Typ pręta* predefiniowany zestaw parametrów **SŁUP**. Aby go zmodyfikować kliknij w przycisk *Parametry*. Po otwarciu okna DEFINICJA PRĘTA – PARAMETRY wpisz nową nazwę SŁUP1 w polu *Typ pręta* oraz wyłącz opcję *Wybożenie giętno-skrętne profili monosymetrycznych*. Zapisz nową definicję pręta 1 wciskając klawisz Zapisz.



W celu rozpoczęcia obliczeń przejdź do okna dialogowego OBLICZENIA. W polu Weryfikacja prętów wpisz numer analizowanego pręta 1. W polu *Lista przypadków obciążeniowych* wpisz numer przypadku 1. Ponieważ obliczenia stanu granicznego użytkownika nie będą prowadzone wyłącz opcje *Stan graniczny – Użytkowanie*. Uruchom obliczenia wciskając klawisz *Obliczenia*.

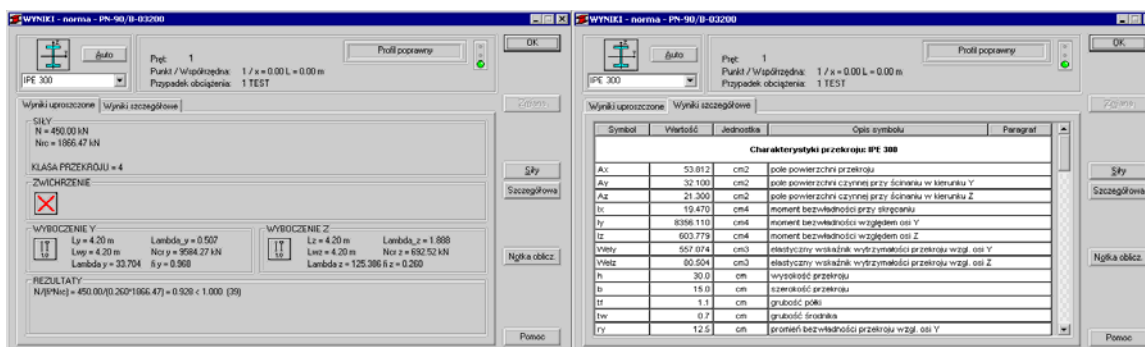


Okno rezultatów skróconych zawiera zestaw najistotniejszych wyników dla analizowanych prętów (np. współczynnik wyczerpania, decydujące przypadki obciążeniowe itp.).



Kliknięcie w linie z wynikami dla pręta 1 spowoduje otwarcie okna WYNIKI, w którym użytkownik może znaleźć wszystkie szczegółowe informacje na temat przyjętych parametrów i przeprowadzonych obliczeń. Poniżej zamieszczono widok okna WYNIKI z aktywnymi zakładkami *Wyniki uproszczone* i *Wyniki szczegółowe*. Dodatkowo prezentowana jest notka obliczeniowa będąca dokładnym odzwierciedleniem rezultatów prezentowanych na zakładce *Wyniki uproszczone*.

**WYNIKI:**



## OBLICZENIA KONSTRUKCJI STAŁOWYCH

**NORMA:** *PN-90/B-03200*

**TYP ANALIZY:** *Weryfikacja prętów*

**GRUPA:**

**PRĘT:** 1

**PUNKT:** 1

**WSPÓŁRZĘDNA:** *x=0.00 L*

**OBCIĄŻENIA:**

*Decydujący przypadek obciążenia:* 1 STA1

**MATERIAŁ:** STAL 18G2-305

$f_d = 305.00$  MPa

$E = 205000.00$  MPa



**PARAMETRY PRZEKROJU: TEOW\_1**

$h = 11.0$  cm

$b = 10.0$  cm

$t_w = 1.0$  cm

$t_f = 1.0$  cm

$A_y = 10.000$  cm<sup>2</sup>

$I_y = 235.417$  cm<sup>4</sup>

$W_{ely} = 30.376$  cm<sup>3</sup>

$A_z = 10.000$  cm<sup>2</sup>

$I_z = 84.167$  cm<sup>4</sup>

$W_{elz} = 16.833$  cm<sup>3</sup>

$A_x = 20.000$  cm<sup>2</sup>

$I_x = 6.247$  cm<sup>4</sup>

**SIŁY WEWNĘTRZNE I NOŚNOŚCI:**

$N = 120.00$  kN

$N_{rc} = 610.00$  kN

$V_z = 0.23$  kN

$V_{rz\_n} = 173.44$  kN

KLASA PRZEKROJU = 3



**PARAMETRY ZWICHRZENIOWE:**

**PARAMETRY WYBOCZENIOWE:**



względem osi Y:

$L_y = 3.015$  m

$L_{wy} = 3.015$  m

$\lambda_y = 87.879$

$\lambda_{y\_1.241}$

$N_{cr\_y} = 523.98$  kN

$\phi_y = 0.440$



względem osi Z:

$L_z = 3.015$  m

$L_{wz} = 3.015$  m

$\lambda_z = 146.971$

$\lambda_{z\_2.075}$

$N_{cr\_z} = 187.34$  kN

$\phi_z = 0.203$

**FORMUŁY WERYFIKACYJNE:**

$N / (\phi_y \cdot N_{rc}) = 120.00 / (0.440 \cdot 610.00) = 0.968 < 1.000$  (39)

$V_z / V_{rz} = 0.001 < 1.000$  (53)

**Profil poprawny!!!**

**PORÓWNANIE WYNIKÓW:**

Nośności, warunki normowe	Robot	Artykuł
1. Nośność obliczeniowa pręta przy ściskaniu $N_{Rc}$ [kN]	610.00	610
2. Współczynnik wyboeczeniowy $\phi_z$ wzgl. osi z-z	0.203	0.202
3. Warunek sprawdzający [wzór (39) PN-90/B-32000]	0.968	0.974



## PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 4 - Zginana belka zabezpieczona przed zwichrzeniem

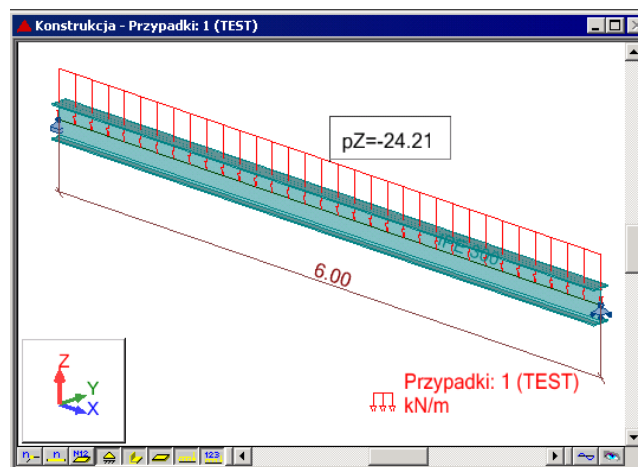
Przykład zaczerpnięty z PODSTAWY PROJEKTOWANIA KONSTRUKCJI METALOWYCH  
autorstwa Jana Żmudy

### TYTUŁ:

Zginana belka wolno podparta w pełni zabezpieczona przed zwichrzeniem (Przykład 5.5).

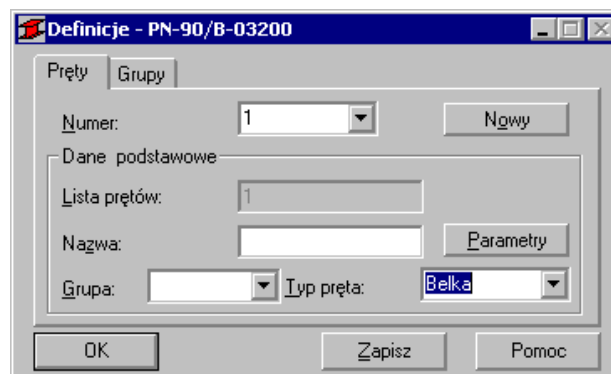
### OPIS PROBLEMU:

Zaprojektować ze stali ST3S swobodnie podpartą belkę środkową rusztu stropu kondygnacji powtarzalnej budynku wielokondygnacyjnego. Przyjąć obciążenie obliczeniowe belki w postaci obciążenia równomiernie rozłożonego o wartości 24.21 kN/m belki. Długość teoretyczna belki  $l = 6.0$  m (przekrój IPE 300).

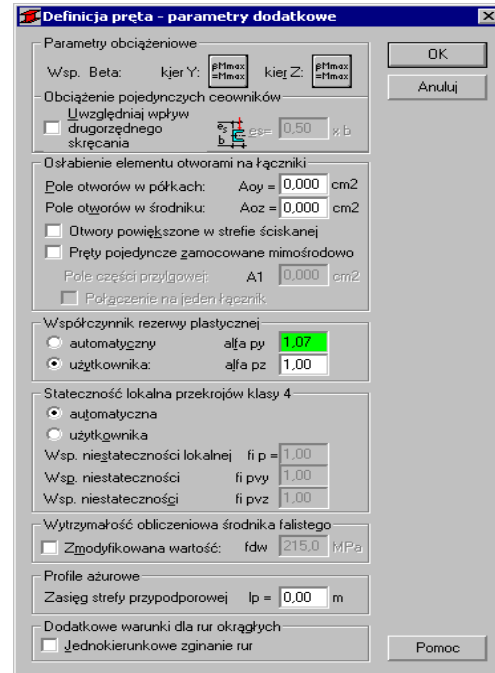
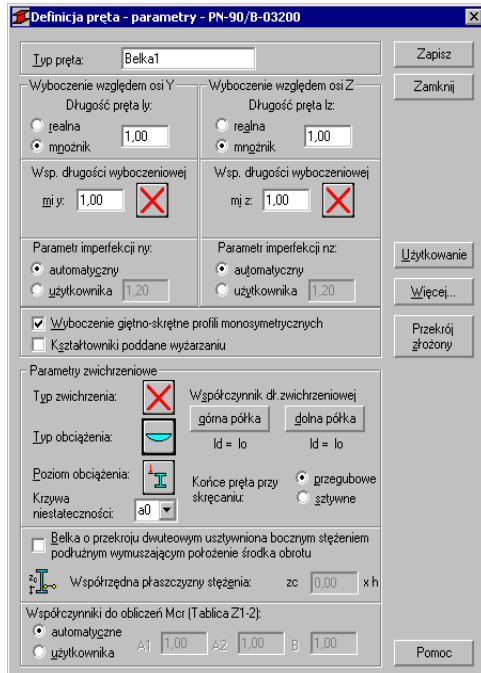


### ROZWIĄZANIE:

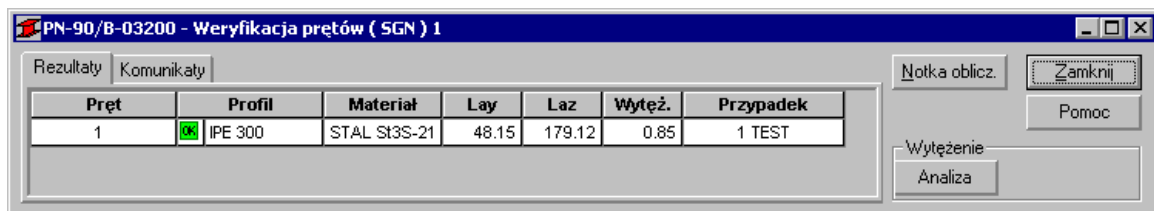
W celu zdefiniowania parametrów dla analizowanego pręta, wstępnie zostanie użyty gotowy zestaw parametrów, który następnie zostanie zmodyfikowany i zapisany pod nową nazwą. W tym celu należy w oknie DEFINICJE/PRĘTY wybrać z listy *Typ pręta* predefiniowany zestaw parametrów **BELKA**.



W celu modyfikacji parametrów należy kliknąć w przycisk *Parametry*. Po otwarciu okna DEFINICJA PRĘTA – PARAMETRY wpisz nową nazwę BELKA1 w polu *Typ pręta*. Zgodnie z przykładem belka jest zabezpieczona przed zwichrzeniem. Aby program pomijał w obliczeniach wpływ zwichrzenia kliknij buton *Typ zwichrzenia*. W dialogu TYP ZWICHRZENIA wybierz ostatnią ikonę (*bez zwichrzenia*) a następnie wciśnij OK. Następnie otwórz okno DEFINICJA PRĘTA – PARAMETRY DODATKOWE klikając w buton *Więcej*. Zdefiniuj wartość współczynnika rezerwy plastycznej  $\alpha_{py} = 1.07$ . Zamknij dialog a następnie zapamiętaj nowo zdefiniowany zestaw parametrów pręta 1 wciskając przycisk *Zapisz*.



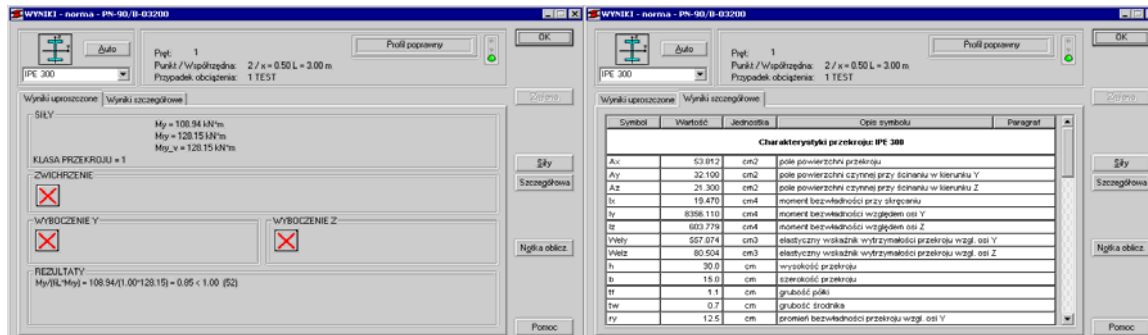
W celu rozpoczęcia obliczeń należy przejść do okna OBLICZENIA. W polu Weryfikacja prętów wpisz numer analizowanego pręta 1. W polu *Lista przypadków obciążeniowych* wpisz numer przypadku 1. Ponieważ obliczenia stanu granicznego użytkownika nie będą prowadzone wyłącz opcje *Stan graniczny – Użytkowanie*. U uruchom obliczenia wciskając klawisz *Obliczenia*. Okno rezultatów skróconych zawiera zestaw najistotniejszych wyników dla analizowanych prętów (np. współczynnik wyężenia, decydujące przypadki obciążeniowe itp.).



Kliknięcie w linie z wynikami dla pręta 1 spowoduje otwarcie okna WYNIKI, w którym użytkownik może znaleźć wszystkie szczegółowe informacje na temat przyjętych parametrów i przeprowadzonych obliczeń. Poniżej zamieszczono widok okna WYNIKI z aktywnymi zakładkami *Wyniki uproszczone* i *Wyniki szczegółowe*. Dodatkowo prezentowana jest notka obliczeniowa będąca dokładnym odzwierciedleniem rezultatów prezentowanych na zakładce *Wyniki uproszczone*.

**WYNIKI:**

1. Program wykonuje standardowo sprawdzenie pręta w 3 punktach obliczeniowych tzn. na początku, w środku oraz na końcu pręta. Dla tak zdefiniowanych warunków obliczeniowych największy stopień wyciężenia osiągnięty jest w środku belki gdzie moment zginający osiąga swoją wartość maksymalną. Poniżej zaprezentowano rezultaty tych obliczeń.



## OBLICZENIA KONSTRUKCJI STALOWYCH

**NORMA:** *PN-90/B-03200*

**TYP ANALIZY:** Weryfikacja prętów

**PRĘT:** 1

**PUNKT:** 2

**WSPÓLRZĘDNA:**  $x = 0.50 L = 3.00 \text{ m}$

**OBCIĄŻENIA:**

Decydujący przypadek obciążenia: 1 TEST

**MATERIAŁ:** STAL St3S-215

$f_d = 215.00 \text{ MPa}$

$E = 205000.00 \text{ MPa}$



**PARAMETRY PRZEKROJU: IPE 300**

$h = 30.0 \text{ cm}$

$b = 15.0 \text{ cm}$

$t_w = 0.7 \text{ cm}$

$t_f = 1.1 \text{ cm}$

$A_y = 32.100 \text{ cm}^2$

$I_y = 8356.110 \text{ cm}^4$

$W_{ely} = 557.074 \text{ cm}^3$

$A_z = 21.300 \text{ cm}^2$

$I_z = 603.779 \text{ cm}^4$

$W_{elz} = 80.504 \text{ cm}^3$

$A_x = 53.812 \text{ cm}^2$

$I_x = 19.470 \text{ cm}^4$

**SIŁY WEWNĘTRZNE I NOŚNOŚCI:**

$M_y = 108.94 \text{ kN}\cdot\text{m}$

$M_{ry} = 128.15 \text{ kN}\cdot\text{m}$

$M_{ryv} = 128.15 \text{ kN}\cdot\text{m}$

KLASA PRZEKROJU = 1



**PARAMETRY ZWICHRZENIOWE:**

**PARAMETRY WYBOCZENIOWE:**



względem osi Y:



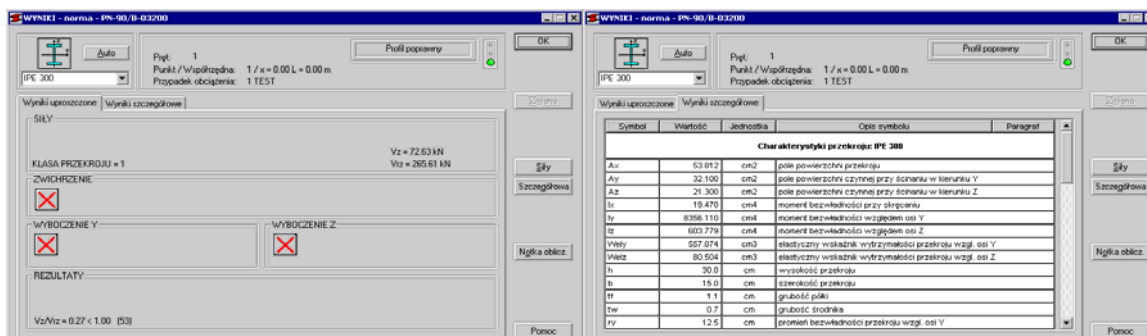
względem osi Z:

**FORMUŁY WERYFIKACYJNE:**

$M_y / (f_d \cdot M_{ry}) = 108.94 / (1.00 \cdot 128.15) = 0.85 < 1.00 \text{ (52)}$

**Profil poprawny!!!**

2. W celu sprawdzenia wyężenia pręta na podporach gdzie siły ścinające osiągają swoje wartości maksymalne należy zażądać, aby program sprawdził belkę tylko w dwóch punktach. Wystarczy w oknie OBLICZENIA wybrać przycisk KONFIGURACJA a następnie w pojawiającym się oknie dialogowym wpisać liczbę 2 w polu *Liczba punktów*. Wyniki obliczeń pokazano poniżej.



## OBLICZENIA KONSTRUKCJI STALOWYCH

**NORMA:** PN-90/B-03200

**TYP ANALIZY:** Weryfikacja prętów

**GRUPA:**

**PRĘT:** 1

**PUNKT:** 1

**WSPÓLRZĘDNA:** x = 0.00 L = 0.00 m

**OBCIĄŻENIA:**

*Decydujący przypadek obciążenia:* 1 TEST

**MATERIAŁ:** STAL St3S-215

fd = 215.00 MPa

E = 205000.00 MPa



**PARAMETRY PRZEKROJU: IPE 300**

h=30.0 cm

b=15.0 cm

tw=0.7 cm

tf=1.1 cm

Ay=32.100 cm<sup>2</sup>

Iy=8356.110 cm<sup>4</sup>

Wely=557.074 cm<sup>3</sup>

Az=21.300 cm<sup>2</sup>

Iz=603.779 cm<sup>4</sup>

Welz=80.504 cm<sup>3</sup>

Ax=53.812 cm<sup>2</sup>

Ix=19.470 cm<sup>4</sup>

**SIŁY WEWNĘTRZNE I NOŚNOŚCI:**

KLASA PRZEKROJU = 1

Vz = 72.63 kN

Vrz = 265.61 kN



**PARAMETRY ZWICHRZENIOWE:**

**PARAMETRY WYBOCZENIOWE:**



względem osi Y:



względem osi Z:

**FORMUŁY WERYFIKACYJNE:**

Vz/Vrz = 0.27 < 1.00 (53)

**Profil poprawny!!!**

**PORÓWNANIE WYNIKÓW:**

Nośności, warunki normowe	Robot	Książka
<i>Analiza pręta w 3 punktach:</i>		
Nośność belki jednokierunkowo zginanej $M_{ry}$ [kNm]	128.15	128.1
Warunek sprawdzający [wzór (52) PN-90/B-32000]	0.85	0.85
<i>Analiza pręta w 2 punktach:</i>		
Nośność obliczeniowa przekroju ścinanego $V_{rz}$ [kN]	265.61	265.6
Warunek sprawdzający [wzór (53) PN-90/B-32000]	1.030	1.011

## PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 5

### - Zginana belka niezabezpieczona przed zwichrzeniem

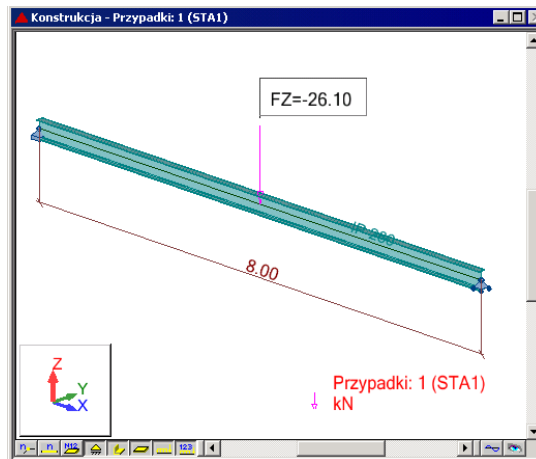
Przykład zaczerpnięty z książki PRZYKŁADY OBLICZEŃ KONSTRUKCJI STALOWYCH  
Z. Boretti, W. Bogucki, S. Gajowniczek, W. Hryniewiecka

#### TYTUŁ:

Zginana belka wolno podparta niezabezpieczona przed zwichrzeniem (Przykład 3-16).

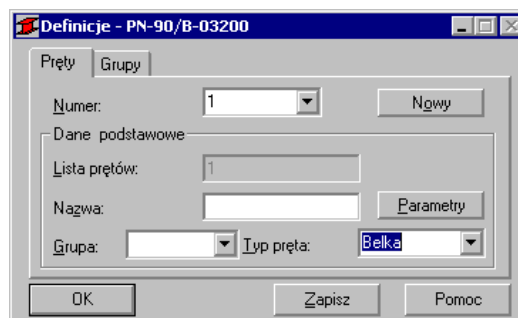
#### OPIS PROBLEMU:

Przeprowadzić obliczenia belki dwuteowej wykonanej z profilu IP 260 stanowiącej część toru jezdniowego elektrowciągu. Belka ma rozpiętość 8.0 m i jest obciążona na poziomie pasa dolnego siłą  $P = 26.1$  kN. Siła jest przyłożona w środku belki. Belka wykonano ze stali ST3S.

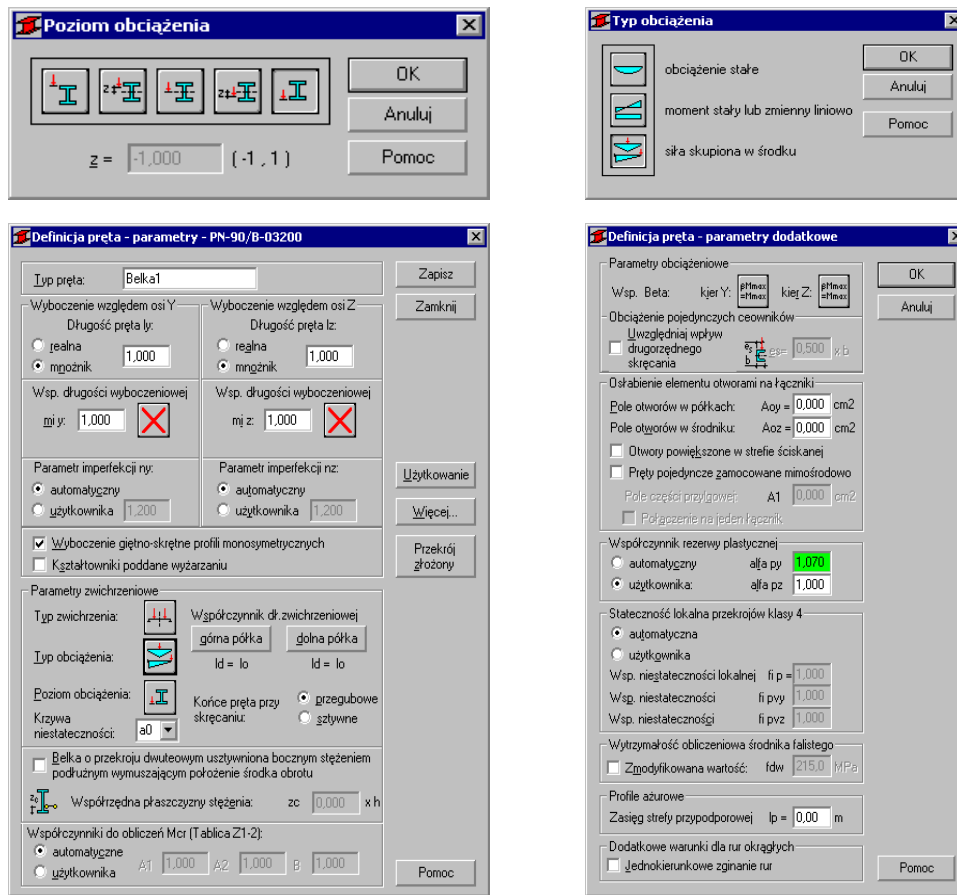


#### ROZWIĄZANIE:

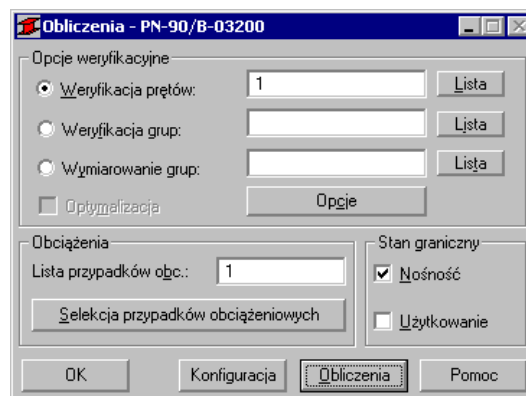
W celu zdefiniowania parametrów dla analizowanego pręta, wstępnie użyty zostanie gotowy zestaw parametrów, który następnie zostanie zmodyfikowany i zapisany pod nową nazwą. W tym celu należy w oknie DEFINICJE/PRĘTY wybrać z listy *Typ pręta* predefiniowany zestaw parametrów **BELKA**.



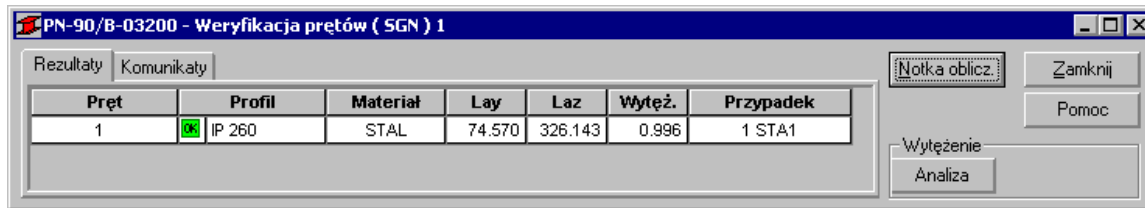
W celu modyfikacji parametrów należy kliknąć w przycisk *Parametry*. Po otwarciu okna DEFINICJA PRĘTA – PARAMETRY wpisz nową nazwę BELKA1 w polu *Typ pręta*. W celu zdefiniowania punktu przyłożenia obciążenia na półce dolnej wybierz ikonę *Poziom obciążenia* a następnie w oknie dialogowym POZIOM OBCIĄŻENIA zaznacz ikonę ostatnią (5). Zamknij okno naciskając OK. Następnie otwórz okno TYP OBCIĄŻENIA klikając w ikonę o tej samej nazwie. Zaznacz 3 ikonę od góry (*siła skupiona w środku*) i kliknij OK. Następnie otwórz okno DEFINICJA PRĘTA – PARAMETRY DODATKOWE klikając w buton *Więcej*. Zdefiniuj wartość współczynnika rezerwy plastycznej na  $\alpha_{py} = 1.07$ . Zamknij dialog a następnie zapamiętaj nowo zdefiniowany zestaw parametrów pręta 1 wciskając przycisk *Zapisz*.



W celu rozpoczęcia obliczeń należy przejść do okna dialogowego OBLICZENIA. W polu Weryfikacja prętów wpisz numer analizowanego pręta 1. W polu *Lista przypadków obciążeniowych* wpisz numer przypadku 1. Ponieważ obliczenia stanu granicznego użytkownika nie będą prowadzone wyłącz opcje *Stan graniczny – Użytkowanie*. Uruchom obliczenia wciskając klawisz *Obliczenia*.

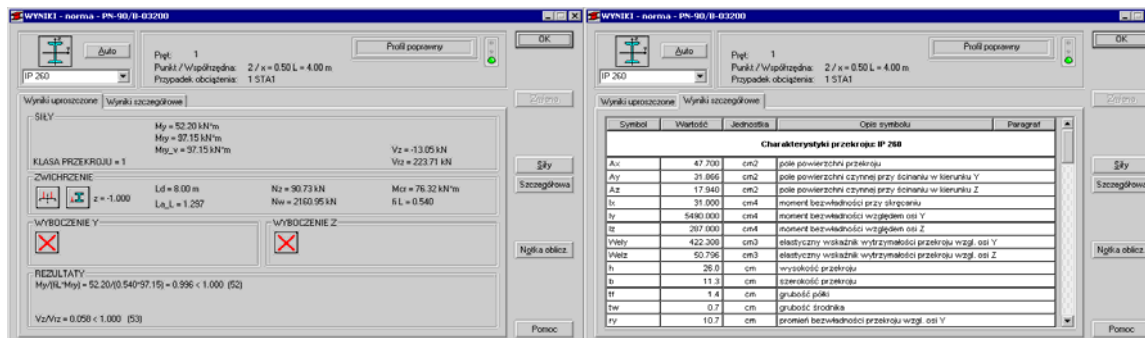


Okno rezultatów skróconych zawiera zestaw najistotniejszych wyników dla analizowanych prętów (np. współczynnik wyczerpania, decydujące przypadki obciążeniowe itp.). Kliknięcie w linie z wynikami dla pręta 1 spowoduje otwarcie okna WYNIKI w którym użytkownik może znaleźć wszystkie szczegółowe informacje na temat przyjętych parametrów i przeprowadzonych obliczeń.



Poniżej zamieszczono widok okna WYNIKI z aktywnymi zakładkami *Wyniki uproszczone* i *Wyniki szczegółowe*. Dodatkowo prezentowana jest notka obliczeniowa będąca dokładnym odzwierciedleniem rezultatów prezentowanych na zakładce *Wyniki uproszczone*.

## WYNIKI:



## OBLICZENIA KONSTRUKCJI STALOWYCH

**NORMA:** *PN-90/B-03200*

**TYP ANALIZY:** *Weryfikacja prętów*

**GRUPA:**

**PRĘT:** 1

**PUNKT:** 2

**WSPÓLRZĘDNA:**  $x = 0.50$   $L = 4.00$  m

**OBCIĄŻENIA:**

*Decydujący przypadek obciążenia:* 1 STA1

**MATERIAŁ:** STAL

$f_d = 215.00$  MPa

$E = 205000.00$  MPa



**PARAMETRY PRZEKROJU:** IP 260

$h = 26.0$  cm

$b = 11.3$  cm

$tw = 0.7$  cm

$tf = 1.4$  cm

$A_y = 31.866$  cm<sup>2</sup>

$I_y = 5490.000$  cm<sup>4</sup>

$W_{ely} = 422.308$  cm<sup>3</sup>

$A_z = 17.940$  cm<sup>2</sup>

$I_z = 287.000$  cm<sup>4</sup>

$W_{elz} = 50.796$  cm<sup>3</sup>

$A_x = 47.700$  cm<sup>2</sup>

$I_x = 31.000$  cm<sup>4</sup>

**SIŁY WEWNĘTRZNE I NOŚNOŚCI:**

$M_y = 52.20$  kN\*m

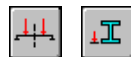
$M_{ry} = 97.15$  kN\*m

$M_{ry_v} = 97.15$  kN\*m

$V_z = -13.05$  kN

$V_{rz} = 223.71$  kN

KLASA PRZEKROJU = 1



$z = -1.000$

$L_d = 8.00$  m

$L_{a_L} = 1.297$

$N_w = 2160.95$  kN

$N_z = 90.73$  kN

$N_w = 2160.95$  kN

$M_{cr} = 76.32$  kN\*m

$f_i L = 0.540$



**PARAMETRY WYBOCZENIOWE:**

względem osi Y:



względem osi Z:

**FORMUŁY WERYFIKACYJNE:**

$$M_y / (f_{tL} * M_{ry}) = 52.20 / (0.540 * 97.15) = 0.996 < 1.000 \quad (52)$$

$$V_z / V_{rz} = 0.058 < 1.000 \quad (53)$$

***Profil poprawny!!!*****PORÓWNANIE WYNIKÓW:**

Nośności, warunki normowe	Robot	Książka
Siła krytyczna przy wyboczeniu giętnym $N_z$ [kN]	90.73	91
Siła krytyczna przy wyboczeniu skrętnym $N_w$ [kN]	2160.95	2170
Moment krytyczny przy zwężeniu $M_{cr}$ [kNm] wg wzoru (Z1-9)	76.32	76.40
Współczynnik zwężeniowy $\varphi_L$ wg paragrafu 4.5.4	0.540	0.538
Nośność belki jednokierunkowo zginanej $M_{ry}$ [kNm]	97.15	97.10
Warunek sprawdzający [wzór (52) PN-90/B-32000]	0.996	1.000

## PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 6 - Ściskanie ze zginaniem słupa o przekroju dwuteowym

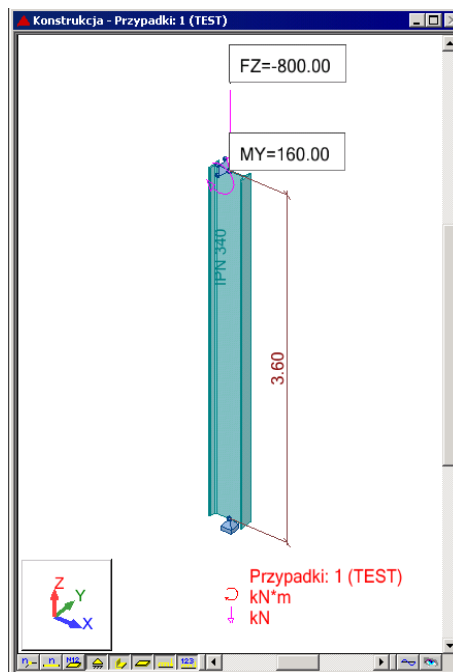
Przykład zaczerpnięty z PODSTAWY PROJEKTOWANIA KONSTRUKCJI METALOWYCH  
autorstwa Jana Żmudy

### TYTUŁ:

Ściskanie ze zginaniem słupa o przekroju dwuteowym (Przykład 6.1).

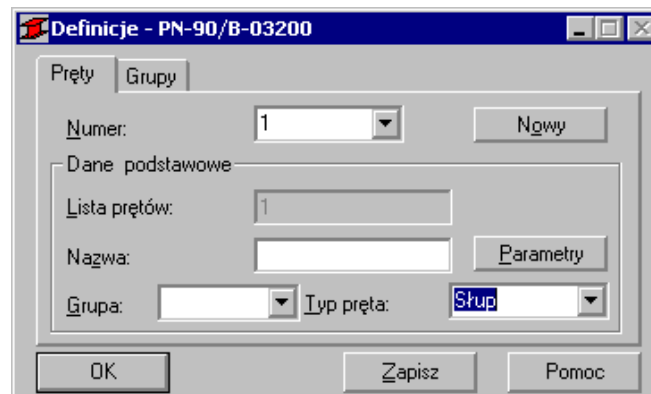
### OPIS PROBLEMU:

Słup o przekroju IPN 340 ma wysokość 3.6 m. Jego końce są podparte przegubowo nieprzesuwnie. W połowie wysokości słup dodatkowo usztywniono w kierunku prostopadłym do płaszczyzny zginania. Słup obciążono siłą osiową  $P = 800$  kN i momentem  $M = 160$  kNm działającym na górnym końcu słupa w płaszczyźnie większej sztywności słupa. Przyjmując stal St3SY, sprawdzić nośność przekroju.

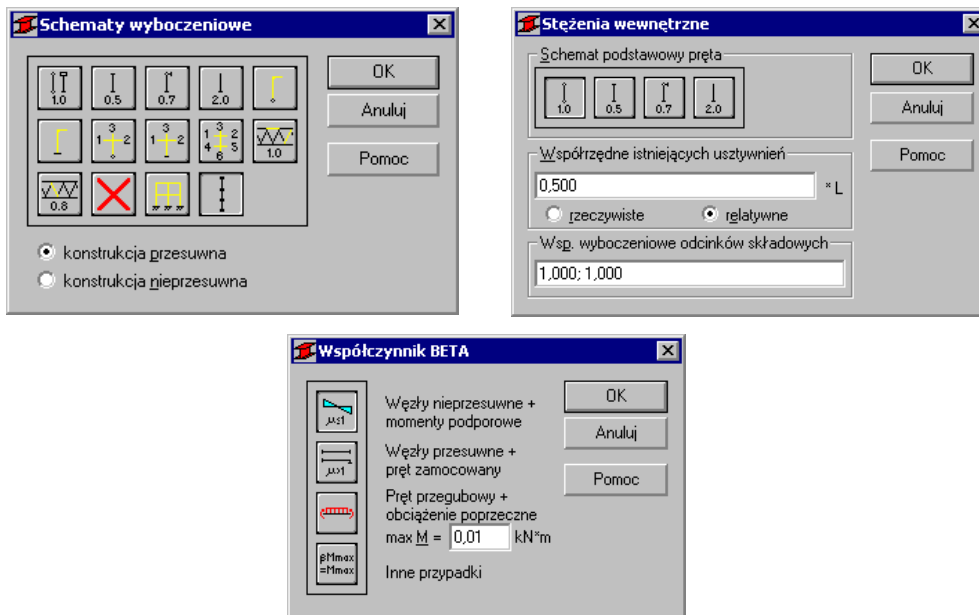


### ROZWIĄZANIE:

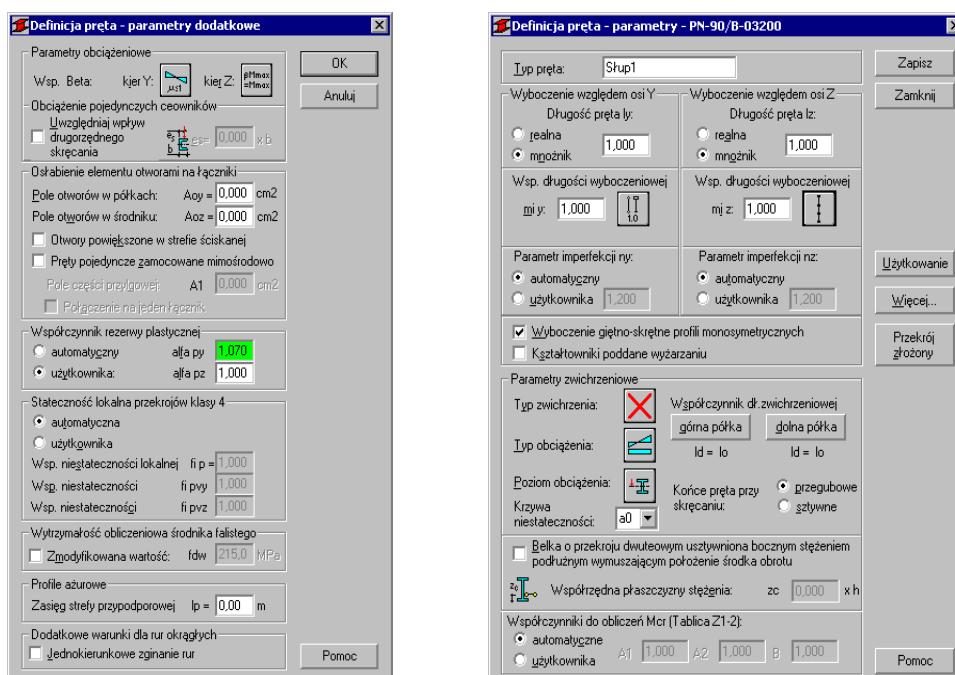
W celu zdefiniowania parametrów dla analizowanego pręta, wstępnie użyty zostanie gotowy zestaw parametrów, który następnie zostanie zmodyfikowany i zapisany pod nową nazwą. W tym celu należy w oknie DEFINICJE/PRĘTY wybrać z listy *Typ pręta* predefiniowany zestaw parametrów **SŁUP**.



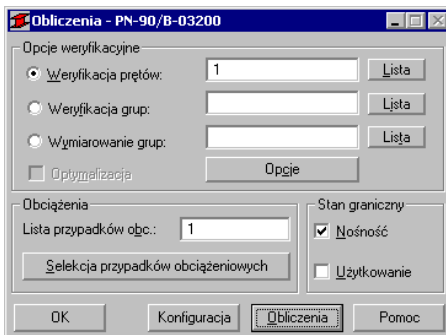
W celu modyfikacji parametrów należy kliknąć w przycisk *Parametry*. Po otwarciu okna DEFINICJA PRĘTA – PARAMETRY wpisz nową nazwę SŁUP1 w polu *Typ pręta*. W celu zdefiniowania dodatkowego stężenia na wyoboczenie w kierunku Z kliknij w ikonę *Współczynnik długości wyoboczeniowej – mi z*. W oknie SCHEMATY WYBOCZENIOWE dwukrotnie kliknij w ostatnią ikonę. Po otwarciu okna STĘŻENIA WEWNĘTRZNE wpisz w pole *Współrzędne istniejących usztywnień* relatywną współzrędną **0.5**. W polu *Współczynniki wyoboczeniowe odcinków składowych* automatycznie zostaną wygenerowane dwa współczynniki dla nowo powstałych dwóch elementów słupa. Zamknij okno klikając OK. Następnie otwórz okno DEFINICJA PRĘTA – PARAMETRY DODATKOWE klikając w buton *Więcej*. Wybierz ikonę *Współczynnik Beta – kierunek Y* w celu zdefiniowania sposobu obliczeń współczynnika zależnego od rozkładu momentów zginających na belce. W oknie WSPÓŁCZYNNIK BETA wybierz ikonę pierwszą (*Węzły nieprzesuwne + momenty podporowe*) i zatwierdź naciskając OK.



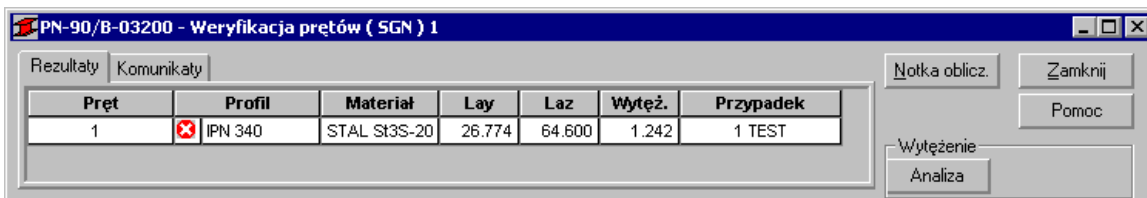
Następnie w oknie DEFINICJA PRĘTA – PARAMETRY DODATKOWE zdefiniuj wartość współczynnika rezerwy plastycznej na  $\alpha_{py} = 1.07$ . Zamknij dialog a następnie zapamiętaj nowo zdefiniowany zestaw parametrów pręta 1 wciskając przycisk *Zapisz*.



W celu rozpoczęcia obliczeń przejdź na zakładkę OBLICZENIA. W polu Weryfikacja prętów wpisz numer analizowanego pręta 1. W polu *Lista przypadków obciążeniowych* wpisz numer przypadku 1. Ponieważ obliczenia stanu granicznego użytkownika nie będą prowadzone wyłącz opcje *Stan graniczny – Użytkowanie*. Uruchom obliczenia wciskając klawisz *Obliczenia*.

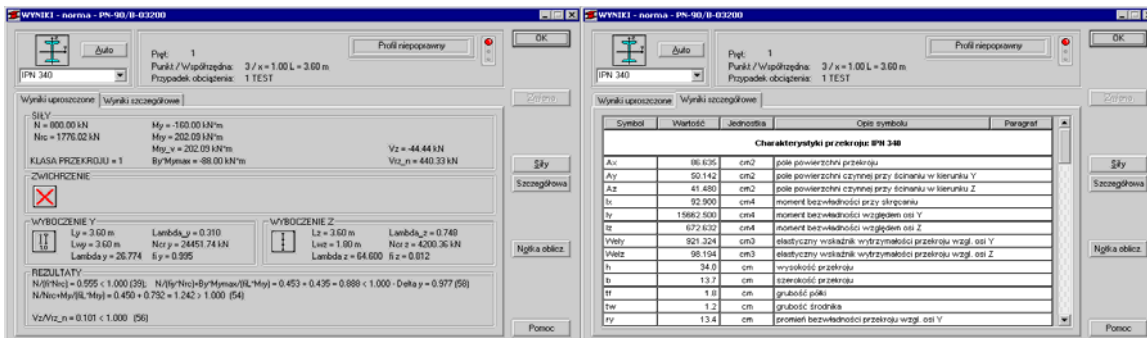


Okno rezultatów skróconych zawiera zestaw najistotniejszych wyników dla analizowanych prętów (np. współczynnik wyężenia, decydujące przypadki obciążeniowe itp.). Kliknięcie w linie z wynikami dla pręta 1 spowoduje otwarcie okna WYNIKI w którym użytkownik może znaleźć wszystkie szczegółowe informacje na temat przyjętych parametrów i przeprowadzonych obliczeń.



Poniżej zamieszczono widok okna WYNIKI z aktywnymi zakładkami *Wyniki uproszczone* i *Wyniki szczegółowe*. Dodatkowo prezentowana jest notka obliczeniowa będąca dokładnym odzwierciedleniem rezultatów prezentowanych na zakładce *Wyniki uproszczone*.

**WYNIKI:**



## OBLICZENIA KONSTRUKCJI STAŁOWYCH

**NORMA:** PN-90/B-03200

**TYP ANALIZY:** Weryfikacja prętów

**GRUPA:**

**PRĘT:** 1

**PUNKT:** 3

**WSPÓLRZĘDNA:** x = 1.00 L = 3.60 m

**OBCIĄŻENIA:**

Decydujący przypadek obciążenia: 1 TEST

**MATERIAŁ:** STAL St3S-205

fd = 205.00 MPa

E = 205000.00 MPa



**PARAMETRY PRZEKROJU:** IPN 340

h=34.0 cm

b=13.7 cm

tw=1.2 cm

tf=1.8 cm

Ay=50.142 cm<sup>2</sup>

Iy=15662.500 cm<sup>4</sup>

Wely=921.324 cm<sup>3</sup>

Az=41.480 cm<sup>2</sup>

Iz=672.632 cm<sup>4</sup>

Welz=98.194 cm<sup>3</sup>

Ax=86.635 cm<sup>2</sup>

Ix=92.900 cm<sup>4</sup>

**SIŁY WEWNĘTRZNE I NOŚNOŚCI:**

N = 800.00 kN

My = -160.00 kN\*m

Nrc = 1776.02 kN

Mry = 202.09 kN\*m

Mry\_v = 202.09 kN\*m

Vz = -44.44 kN

KLASA PRZEKROJU = 1 By\*Mymax = -88.00 kN\*m

Vrz\_n = 440.33 kN



**PARAMETRY ZWICHRZENIOWE:**

**PARAMETRY WYBOCZENIOWE:**



względem osi Y:

Ly = 3.60 m

Lwy = 3.60 m

Lambda y = 26.774

Lambda\_y = 0.310

Ncr y = 24451.74 kN

fi y = 0.995



względem osi Z:

Lz = 3.60 m

Lwz = 1.80 m

Lambda z = 64.600

Lambda\_z = 0.748

Ncr z = 4200.36 kN

fi z = 0.812

**FORMUŁY WERYFIKACYJNE:**

$N/(fi*Nrc) = 0.555 < 1.000(39)$ ;  $N/(fiy*Nrc)+By*Mymax/(fiL*Mry) = 0.888 < 1.000 - \Delta y = 0.977 (58)$

$N/Nrc+My/(fiL*Mry) = 0.450 + 0.792 = 1.242 > 1.000 (54)$

$Vz/Vrz_n = 0.101 < 1.000 (56)$

**Profil niepoprawny!!!**

Konieczne jest ponowne przeliczenie belki np. z nowym mocniejszym profilem.

**PORÓWNANIE WYNIKÓW:**

Nośności, warunki normowe	Robot	Książka
1. Nośność obliczeniowa pręta przy ściskaniu N <sub>RC</sub> [kN]	1776.02	1775
2. Współczynnik wyboyczeniowy $\varphi_y$ wzgl. osi y-y	0.995	0.996
3. Nośność obliczeniowa pręta przy zginaniu M <sub>RY</sub> [kN]	202.09	202.5
4. Warunek sprawdzający [wzór (58) PN-90/B-32000]	0.888	0.88
5. Warunek sprawdzający [wzór (54) PN-90/B-32000]	1.242	1.24

# **Beton - Zbrojenie Słupów wg PN-EN 03264:2002**

## PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 1 - Słup mimośrodowo ściskany I

Przykład na podstawie:

- [1] PN-EN 03264: 2002 „Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie”  
 [2] Sekcja Konstrukcji Betonowych KLIW PAN: „Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych”, Wyd. I, Wrocław 2006, Przykład 10.1, str. 565.

### TYTUŁ:

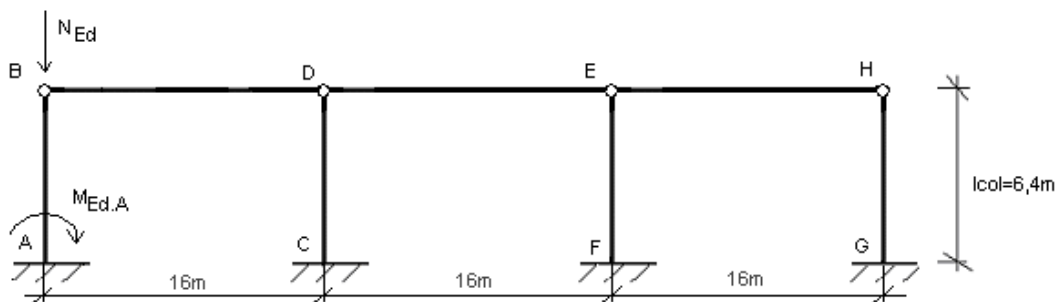
Słup mimośrodowo ściskany - moment zginający zadany w dolnym końcu słupa.

### OPIS ZADANIA:

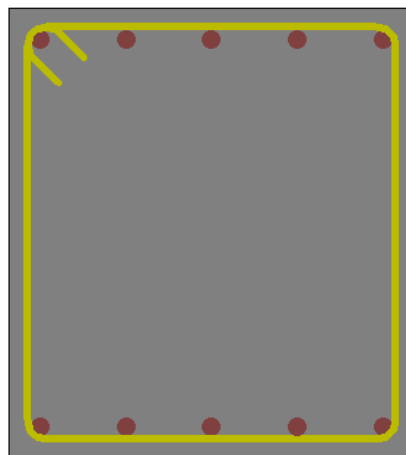
Dla słupa AB rami (Rys. 1.1) założono symetryczne zbrojenie prętami  $\phi 20$  (Rys 1.2). Przeanalizowano przypadek, w którym autorzy pracy [2] obliczyli wpływ smukłości słupa na moment wymiarujący.

Dokonano obliczeń zbrojenia przy pomocy programu Robot, a następnie po wyjaśnieniu przyczyn ewentualnych różnic, doprowadzono zbrojenie do formy jak w [2].

Następnie dokonano porównania obliczeń wpływu nośności wykonanych przy użyciu programu Robot z wynikami przedstawionymi w [2], a także, dla sprawdzenia poprawności pracy [2], z wynikami obliczeń „ręcznych”.



Rys.1.1 Model rami ze słupem A-B podlegającym wymiarowaniu



Rys.1.2 Przekrój słupa z założonym zbrojeniem wg [2] (pręty  $10\phi 20$ ).

**DANE:****1. Materiały**

Beton:	B37	$f_{cd}=20,00$ (MPa)
Zbrojenie:	34GS	$f_{yd}=350$ (MPa)
Wilgotność:	RH=50%	

**2. Geometria**

Długość słupa:  $l_{col} = 6,40$  (m)

Współczynnik długości wyboczeniowej:  $\beta=2$

Rama o węzłach przesuwnych

Wymiary przekroju:  $0,45 \times 0,50$  (m)

Grubość otulenia:  $c=35$  (mm)

Wysokość użytkowa  $d_1=0,465$  (m)

Średnica prętów zbrojenia:  $\phi=20$  (mm)

Ilość kondygnacji:  $n=1$

Słup prefabrykowany

Wymiarowany środkowy przekrój słupa.

**3. Obciążenia (obliczeniowe)**

Siła podłużna całkowita:  $N_{Ed}=776$  (kN)

Moment całkowity:  $M_{Ed,A}=168$  (kNm)

Stosunek obciążeń krótkotrwałych do długotrwałych:  $\frac{N_{Sd,t}}{N_{Sd}} = 0,815$

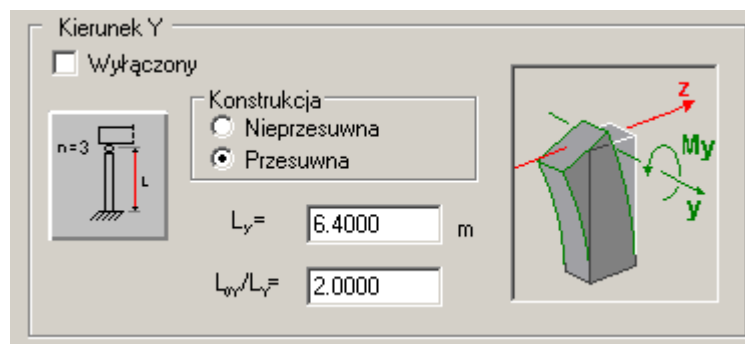
Współczynnik pełzania (beton obciążono w wieku 28dni):  $\varphi(\infty, t_o) = 2,3$

**UWAGI DO OBLICZEŃ:**

Poniżej przedstawione zostały najbardziej kluczowe kroki, na jakie należy zwrócić uwagę podczas definicji zadania.

W oknie dialogowym *Model wyboczeniowy* zdefiniować współczynnik długości wyboczeniowej  $\beta=2$  oraz ramę, jako przesuwną względem kierunku Y (Rys. 1.3).

**UWAGA:** Parametry wyboczeniowe ustawiane w ramce KIERUNEK Y dotyczą tego kierunku, na którym działa moment  $M_y$  (moment wokół osi y przekroju), a więc wyboczenia powodującego zwiększenie momentu  $M_y$ . W tym przypadku nastąpi wyboczenie słupa z płaszczyzny XY.



Rys.1.3 Definicja modelu wyboczeniowego słupa.

W oknie dialogowym *Obciążenia* podać obciążenia: siłę osiową ściskającą  $N$  oraz moment zginający w dolnym węzle słupa  $M_y$  (Rys. 1.4).



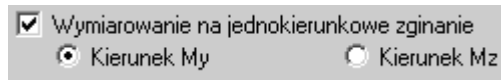
Wpisać współczynnik wyrażający stosunek obciążeń długotrwałych do całkowitych  $\frac{N_{Sd,lt}}{N_{Sd}} = 0,815$ .

Lp.	Przypadek	Natura	Grupa	H (kN)	MyA (kN*m)	MyB (kN*m)	MyC (kN*m)	MzA (kN*m)	MzB (kN*m)	MzC (kN*m)	Hd/H	γ
1	OBL.1	obliczeniowe	1	776.000	0.000	168.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.815	1.00
*												

Rys.1.4 Tabela obciążeń

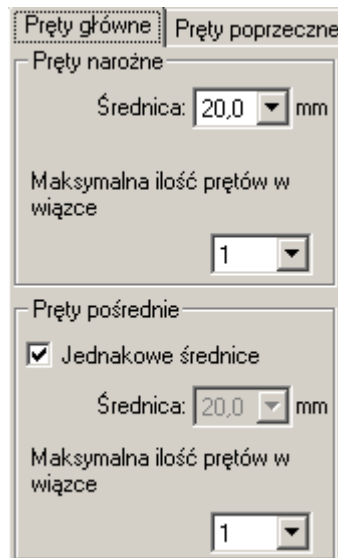
Ponieważ analizowany przykład dotyczy ramy płaskiej, w oknie *Opcje Obliczeniowe/Ogólne* należy zaznaczyć opcję: *Wymiarowanie na jednokierunkowe zginanie* – kierunek  $M_y$  (Rys. 1.5).

W przeciwnym wypadku program dokonałby dodania mimośrodu niezamierzonego w kierunku prostopadłym do płaszczyzny ramy.

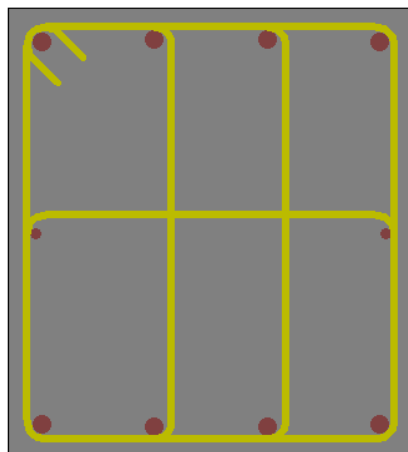


Rys.1.5 Definicja wymiarowania na jednokierunkowe zginanie słupa.

W oknie dialogowym *Parametry Zbrojenia/Pręty główne* należy ustawić średnicę prętów narożnych oraz pośrednich: 20mm (Rys. 1.6). Pozwoli to na uzyskanie wyniku obliczeń jak najbardziej zbliżonego do [2].



Rys.1.6 Definiowanie średnic prętów zbrojenia słupa.

**WYNIKI OBLICZEŃ ZBROJENIA:**

Rys.1.7. Zbrojenie wygenerowane automatycznie przez program (pręty główne 8φ20, pręty konstrukcyjne 2φ12).

Program wygenerował zbrojenie mniejsze od tego założonego w [2]. Jak pokazuje weryfikacja nośności przeprowadzona programem dla obu układów zbrojenia, zbrojenie założone w [2] prowadzi do uzyskania współczynnika nośności na poziomie 1.29 (29 % zapasu nośności), podczas gdy zbrojenie obliczone w programie pozwala na osiągnięcie bardziej optymalnego współczynnika nośności na poziomie 1.09 (9% zapasu nośności).

Generacja prętów konstrukcyjnych rozmieszczonych wzdłuż dłuższych boków wynika z wymogów normy [1] (punkt 9.5.1.2, Rys. 76). Należy pamiętać, że pręty te nie są uwzględniane w obliczeniach nośności przekroju. Opcja generowania prętów konstrukcyjnych może być wyłączona na zakładce *Pręty Główne* w oknie dialogowym *Parametry zbrojenia*. Jeśli opcja jest wyłączona, wszystkie generowane pręty są prętami głównymi („nośnymi”).

Celem weryfikacji wyników obliczeń zmodyfikowano zbrojenie do postaci jak w [2] (patrz Rys. 1.2).

**WYNIKI OBLICZEŃ WPŁYWU WYBOCZENIA:**

Wzory	Jednostki	Wyniki [2]	Wyniki obliczeń „ręcznych”	Wyniki obliczeń programu Robot
$I_c = \frac{bh^3}{12}$	(m <sup>4</sup> )	0,00785	0,0046875	0,0046875
$I_s = A_s \left( \frac{h}{2} - d_1 \right)^2$	(m <sup>4</sup> )	0,000145	0,000145	0,000145
$l_0 = \beta l_{col}$	(m)	12,8	12,8	12,8
$\lambda = \frac{l_0}{i}$	(-)	88,9 stłup smukły	88,7 stłup smukły	88,7 stłup smukły
$e_e = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}}$	(cm)	21,64	21,64	21,64

$e_a = \max \left\{ \begin{array}{l} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \frac{1}{600} l_{col} \\ \frac{h}{30} \\ 0,02m \end{array} \right.$	(cm)	2,13	2,13	2,13
$e_0 = e_a + e_e$	(cm)	23,7	23,78	23,78
$\frac{e_0}{h} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{e_0}{h} \\ 0,5 - 0,01 \left( \frac{l_0}{h} + f_{cd} \right) \\ 0,05 \end{array} \right.$	(-)	0,474	0,4760	0,4757
$k_{lt} = 1 + 0,5 \frac{N_{Sd,lt}}{N_{Sd}} \varphi(\infty, t_o)$	(-)	1,938	1,9373	1,9375
$N_{crit} = \frac{9}{l_0^2} \left[ \frac{E_{cm} I_c}{2k_{lt}} \left( \frac{0,11}{0,1 + \frac{e_0}{h}} + 0,1 \right) + E_s I_s \right]$	(kN)	2630 (błąd obliczeń [3])	2229,08	2229,08
$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N_{Sd}}{N_{crit}}}$	(-)	1,4186	1,5340	1,5340
$e_{tot} = \eta e_0$	(cm)	33,6	36,5	36,5
$M_{totd} = N_{sd} e_{tot}$	(kNm)	260,7	283,1	283,1

Tabela 1.1 Zestawienie wyników

**KOŃCOWA WERYFIKACJA:**

**UWAGA:** porównanie wyników obliczeń zbrojenia dotyczy zbrojenia automatycznie wygenerowanego przez program, natomiast porównanie momentów wymiarujących dotyczy obliczeń po modyfikacji zbrojenia do stanu jak w przykładzie referencyjnym.

Wielkość	[2]	Robot
$A_s$ (Rd/Sd)	31,42 cm <sup>2</sup> (1,29)	25,13 cm <sup>2</sup> * (1,09)
$M_{tot}$	260,7 kNm	283,1 kNm**

**WNIOSKI:**

\*Program automatycznie wygenerował inne zbrojenie niż zakładane w [2], co wynika z poszukiwania najbardziej optymalnego rozwiązania. Aby umożliwić weryfikację wyników obliczeń, można poprzez wprowadzenie ręcznych modyfikacji układu prętów doprowadzić do układu prętów jak w [2].

\*\*Dokonano porównania obliczeń wykonanych programem Robot z wynikami zamieszczonymi w pracy [2]. W związku z różnicami wyników dokonano „ręcznych” obliczeń sprawdzających, które wskazują na istnienie pewnych błędów rachunkowych występujących w pracy [2] (np. błąd obliczeń siły krytycznej). Różnice pomiędzy obliczeniami „ręcznymi”, a tymi wykonanymi przez program są pomijalnie małe, co dowodzi poprawności obliczeń w programie Robot.

## PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 2 - Słup mimośrodowo ściskany II

Przykład na podstawie:

[1] PN-EN 03264: 2002 „Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie”

[3] A. Łapko, B.C. Jensen: „Podstawy projektowania i algorytmy obliczeń konstrukcji żelbetowych”, Wyd. I, 2005 r., Arkady, Przykład 11, str. 183.

### TYTUŁ:

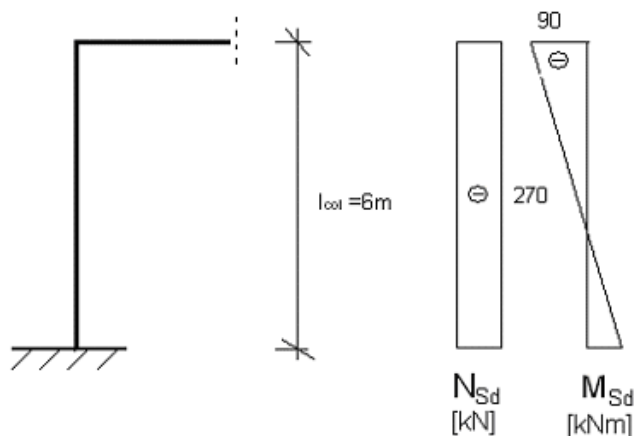
Słup mimośrodowo ściskany o węzłach przesuwnych.

### OPIS ZADANIA:

Obliczono zbrojenie słupa piętrowej monolitycznej ramy o węzłach przesuwnych w przekroju górnym. Rozkład sił wewnętrznych w ramie przyjęto jak na Rys. 2.1. Uwzględniono przesuwność ramy oraz wpływy smukłości.

Dokonano obliczeń zbrojenia przy pomocy programu Robot, a następnie po wyjaśnieniu przyczyn ewentualnych różnic, doprowadzono zbrojenie do formy jak w [3].

Następnie dokonano porównania obliczeń wpływu nośności wykonanych przy użyciu programu Robot z wynikami przedstawionymi w [3], a także, dla sprawdzenia poprawności pracy [3], z wynikami obliczeń „ręcznych”.



Rys. 2.1. Model ramy wg [3].

### DANE:

#### 1. Materiały

Beton:	B20	$f_{cd} = 10,60$ (MPa)
Zbrojenie:	A-III	$f_{yd} = 350$ (MPa)
Wilgotność:	RH=50%	

#### 2. Geometria

Długość słupa:  $l_{col} = 6,000$  (m)

Współczynnik długości wyboczeniowej:  $\beta = 1,106$

Rama o węzłach przesuwnych

Wymiary przekroju:  $0,30 \times 0,40$  (m)

Grubość otulenia:  $c=50$  (mm)

Ilość kondygnacji:  $n=1$

Wymiarowany górny przekrój słupa.

### 3. Obciążenia (obliczeniowe)

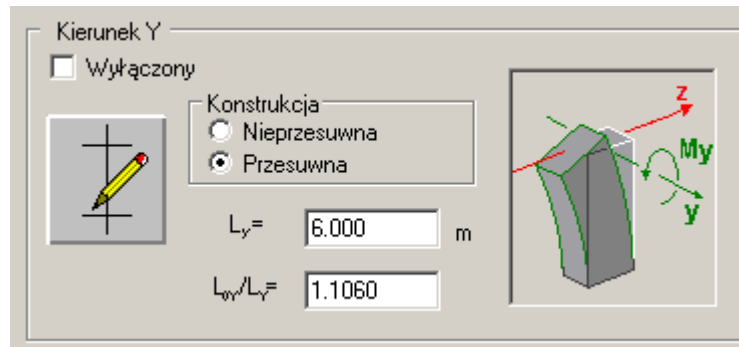
Siła podłużna całkowita:  $N_{Sd} = 270$  (kN)  
 Moment całkowity:  $M_{Sd} = 90$  (kNm)

Stosunek obciążeń krótkotrwałych do długotrwałych:  $\frac{N_d}{N} = 1$

#### UWAGI DO OBLICZEŃ:

Poniżej przedstawione zostały najbardziej kluczowe kroki, na jakie należy zwrócić uwagę podczas definicji zadania.

W oknie dialogowym *Model wybozeniowy* zdefiniować współczynnik długości wybozeniowej  $\beta=1,106$  oraz ramę jako przesuwą względem kierunku Y (Rys. 2.2).



Rys.2.2 Definicja modelu wybozeniowego słupa.

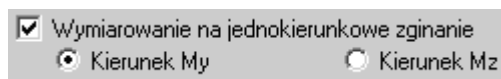
W oknie dialogowym *Obciążenia* podać obciążenia: siłę osiową ściskającą  $N$  oraz moment zginający w górnym przekroju słupa  $M_y$  (Rys. 2.3).

Wpisać współczynnik obciążeń długotrwałych do krótkotrwałych  $\frac{N_d}{N} = 1$ .

Lp.	Przypadek	Natura	Grupa	N (kN)	Myg (kN²m)	Myd (kN²m)	My (kN²m)	Mzg (kN²m)	Mzd (kN²m)	Mz (kN²m)	Nd/N	γ
1	OBL.1	obliczeniowe	1	270,00	90,00	0,00	54,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00
*												

Rys.2.3 Tabela z obciążeniami przypadającymi na słup.

Ponieważ analizowany przykład dotyczy ramy płaskiej, w oknie *Opcje Obliczeniowe/Ogólne* należy zaznaczyć opcję: *Wymiarowanie na jednokierunkowe zginanie* – kierunek  $M_y$ . W przeciwnym wypadku program dokonałby dodania mimośrodowo niezamierzonego w kierunku prostopadłym do płaszczyzny ramy (Rys. 2.4).

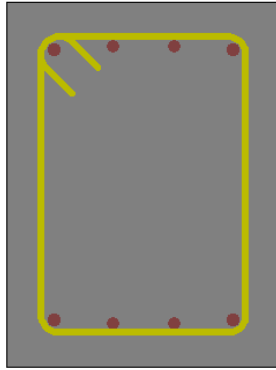


Rys.2.4 Definicja wymiarowania na zginanie jednokierunkowe słupa.

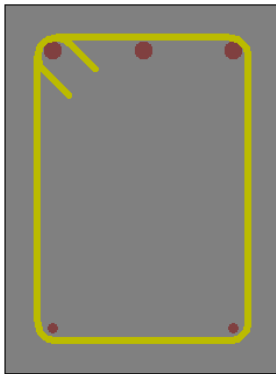
**WYNIKI OBLICZEŃ ZBROJENIA:**

Program wygenerował zbrojenie różne od założonego przez autorów [3] (por. Rys. 2.5. i 2.6.). Rozbieżności rozwiązania wynikają z faktu, że program wymiarując przekrój zakłada zbrojenie symetryczne.

Celem porównania wyników obliczeń wpływu wyboczenia zmodyfikowano zbrojenie do postaci jak w [3], a następnie uruchomiono weryfikację (Analiza/Weryfikacja).



Rys.2.5. Zbrojenie wygenerowane automatycznie przez program (pręty 8φ14).



Rys.2.6. Zbrojenie podane w [3]. Pręty 3φ20 stanowią zbrojenie rozciągane, pręty 2φ12 zbrojenie ściskane.

**WYNIKI OBLICZEŃ WPŁYWU WYBOCZENIA:**

Wartość	Jednostka	Wyniki podane w [3]	Wyniki obliczeń programu Robot
$I_c$	(m <sup>4</sup> )	0,0016	0,0016
$k_{lt}$	(-)	2,25	2,25
$l_0$	(m)	6,64	6,64
$\lambda$	(-)	16,7 ( $\lambda = \frac{l_0}{h}$ ) słup smukły	57,47 ( $\lambda = \frac{l_0}{i}$ ) słup smukły

$e_e$	(cm)	33,3	33,3
$e_a$	(cm)	1,33 (w [3] niepoprawnie skorzystano ze wzoru na $e_a$ - użyto wzoru dla ram o węzłach nieprzesuwnych)	2,0
$e_0$	(cm)	34,6	35,3
$e_0/h$	(-)	0,875	0,883
$N_{crit}$	(kN)	1550,0 (obliczone na podstawie zakładanego stopnia zbrojenia)	1514,21
$\eta$	(-)	1,211	1,217
$\rho$	(%)	1,1	0,97
$e_{tot}$	(cm)	41,9	43,0

Tabela 2.1 Zestawienie wyników.

**KOŃCOWA WERYFIKACJA:**

**UWAGA:** porównanie wyników obliczeń zbrojenia dotyczy zbrojenia automatycznie wygenerowanego przez program, natomiast porównanie momentów wymiarujących dotyczy obliczeń po modyfikacji zbrojenia do stanu jak w przykładzie referencyjnym.

Wielkość	[2]	Robot
$A_s$ (Rd/Sd)	11,69 cm <sup>2</sup>	12,32 cm <sup>2</sup> *
$M_{tot}$	113,13 kNm	116,10 kNm **

**WNIOSKI:**

Niniejszy przykład ilustruje algorytm obliczeń wpływu smukłości na momenty wymiarujące w słupach żelbetowych.

\*Z uwagi na założenia symetrycznego zbrojenia program Robot wygenerował inne zbrojenie niż obliczone w [3]. Po obliczeniach zbrojenia dokonano ręcznej modyfikacji zbrojenia oraz przeprowadzono weryfikację wpływu smukłości.

\*\*Różnica pomiędzy mimośrodem całkowitym obliczonym w [3], a tym obliczonym przez program wynika z zastosowania w pracy [3] założonego (proces iteracji) stopnia zbrojenia do obliczeń siły krytycznej, podczas gdy w programie Robot obliczenia siły krytycznej (a więc i mimośrodu całkowitego) opierają się na rzeczywistych powierzchniach zbrojenia (co prowadzi do większej dokładności obliczeń). Ponadto, w pracy [3] obliczono niepoprawnie mimośród przypadkowy, podczas gdy program Robot używa poprawnego wzoru na mimośród przypadkowy dla słupów w układach o węzłach przesuwnych.



## PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 3 - Słup mimośrodowo ściskany III

Przykład na podstawie:

[1] PN-EN 03264: 2002 „Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie”

[3] A. Łapko, B.C. Jensen: „Podstawy projektowania i algorytmy obliczeń konstrukcji żelbetowych”, Wyd. I, 2005 r., Arkady, Przykład 12, str. 187.

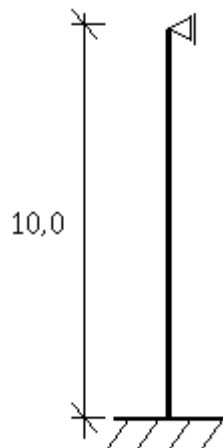
### TYTUŁ:

Słup mimośrodowo ściskany bez uwzględnienia wpływu wybożenia.

### OPIS ZADANIA:

Obliczono zbrojenie słupa jak na Rys. 3.1. w przekroju zamocowania w stopie fundamentowej. Pominęto wpływ smukłości na wymiarowanie.

Dokonano obliczeń zbrojenia przy pomocy programu Robot.



Rys. 3.1. Model ramy wg [3].

### DANE:

#### 1. Materiały

Beton: B25  $f_{cd} = 13,30$  (MPa)

Zbrojenie: A-I  $f_{yd} = 210$  (MPa)

#### 2. Geometria

Długość słupa:  $l_{col} = 10,000$  (m)

Współczynnik długości wybożeniowej:  $\beta = 1$

Rama o węzłach nieprzesuwnych

Wymiary przekroju:  $0,30 \times 0,40$  (m)

Grubość otulenia:  $c = 40$  (mm)

Ilość kondygnacji:  $n = 1$

Wymiarowany dolny przekrój słupa.

#### 3. Obciążenia (obliczeniowe)

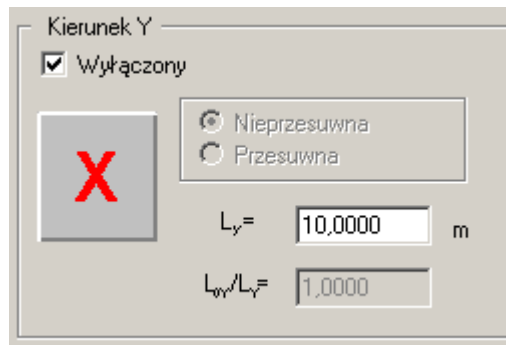
Siła podłużna całkowita:  $N_{Sd} = 1400$  (kN)

Moment całkowity:  $M_{Sd} = 60$  (kNm)

**UWAGI DO OBLICZEŃ:**

Poniżej przedstawione zostały najbardziej kluczowe kroki, na jakie należy zwrócić uwagę podczas definicji zadania.

W oknie dialogowym *Model wybozeniowy* wyłączyć możliwość uwzględniania wybożenia, po to aby zagwarantować wymiarowanie przekroju bez wpływu wybożenia, zgodnie z tokiem postępowania autora [3] (Rys. 3.2). W przeciwnym wypadku, uwzględnienie wpływu wybożenia w środku słupa sprawi, że przypadek wymiarujący będzie dotyczył przekroju środkowego (przypadek bardziej niekorzystny).



Rys.3.2 Definicja długości wybożeniowej słupa.

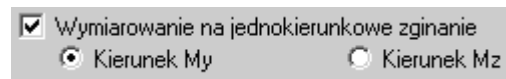
W oknie dialogowym *Obciążenia* podać obciążenia: siłę osiową ściskającą  $N$  oraz moment zginający w dolnym przekroju słupa  $M_y$  (Rys. 3.3).

Wpisać współczynnik obciążeń długotrwałych do krótkotrwałych  $\frac{N_d}{N} = 1$ .

Lp.	Przypadek	Natura	Grupa	N (kN)	Myg (kN*m)	Myd (kN*m)	My (kN*m)	Mzg (kN*m)	Mzd (kN*m)	Mz (kN*m)	Nd/N	Y
1	OBL.1	obliczeniowe	1	1400,00	0,00	60,00	36,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00
*												

Rys.3.3 Tabela z obciążeniami przypadającymi na słup.

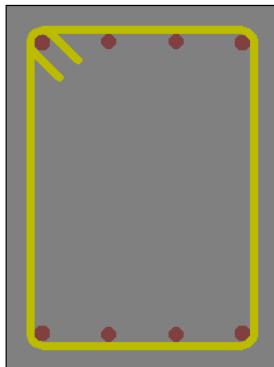
Ponieważ analizowany przykład dotyczy ramy płaskiej, w oknie *Opcje Obliczeniowe/Ogólne* należy zaznaczyć opcję: *Wymiarowanie na jednokierunkowe zginanie* – kierunek  $M_y$ . W przeciwnym wypadku program dokonałby dodania mimośrodu niezamierzonego w kierunku prostopadłym do płaszczyzny ramy (Rys. 3.4).



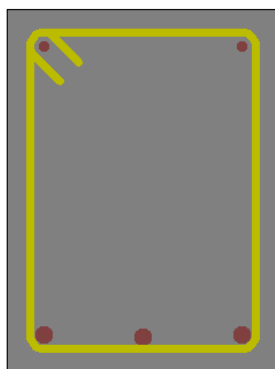
Rys.3.4 Definicja wymiarowania na zginanie jednokierunkowe słupa

**WYNIKI OBLICZEŃ ZBROJENIA:**

Zbrojenie wygenerowane automatycznie przez program Robot (Rys. 3.5), jest różne od zbrojenia podanego w [3] (Rys. 3.6). Należy pamiętać, że zbrojenie generowane automatycznie przez program jest zawsze symetryczne.



Rys.3.5. Zbrojenie wygenerowane automatycznie przez program.  
Pręty narożne -  $4\phi 18$ , pręty pośrednie -  $4\phi 16$



Rys.3.6. Zbrojenie podane w [3]. Pręty bardziej ściskane -  $3\phi 20$ , pręty mniej ściskane -  $2\phi 12$ .

**WYNIKI OBLICZEŃ MIMOŚRODU CAŁKOWITEGO:**

Wartość	Jednostka	Wyniki podane w [3]	Wyniki obliczeń „ręcznych”	Wyniki obliczeń programu Robot
$e_e$	(cm)	4,28	4,28	4,28
$e_a$	(cm)	1,67	1,67	1,67
$e_0$	(cm)	5,95	5,95	5,95
$e_{tot}$	(mm)	5,95	5,95	5,95

Tabela 3.1 Zestawienie wyników.

**KOŃCOWA WERYFIKACJA:**

Wielkość	[2]	Robot
$A_s$ (Rd/Sd)	11,69 cm <sup>2</sup> (1,03)	18,22 cm <sup>2</sup> * (1,02)
$M_{tot}$	83,33 kNm	83,33 kNm

**WNIOSKI:**

\*Z uwagi na założenia symetrycznego zbrojenia program Robot wygenerował zbrojenie większe niż obliczone w [3].

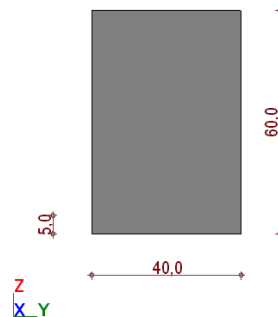
## PRZYKŁAD WERYFIKACYJNY 4 - Słup ściskany z dwukierunkowym mimośrodem

**TYTUŁ:**

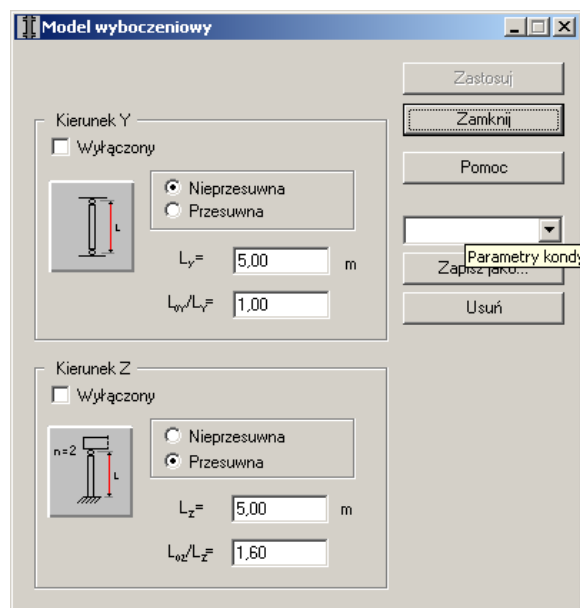
Słup ściskany z dwukierunkowym mimośrodem.

**OPIS ZADANIA:**

Dokonano obliczeń zbrojenia słupa prostokątnego dwukierunkowo zginanego. Wyniki obliczeń zilustrowano odpowiednimi wynikami obliczeń „ręcznych”, a następnie dokonano weryfikacji nośności obliczonego zbrojenia w oparciu o metodę uproszczoną według [1]. Przykład ilustruje więc krok po kroku schemat obliczeń słupa żelbetowego w programie Robot.

**DANE:****1. Geometria przekroju****2. Materiały**

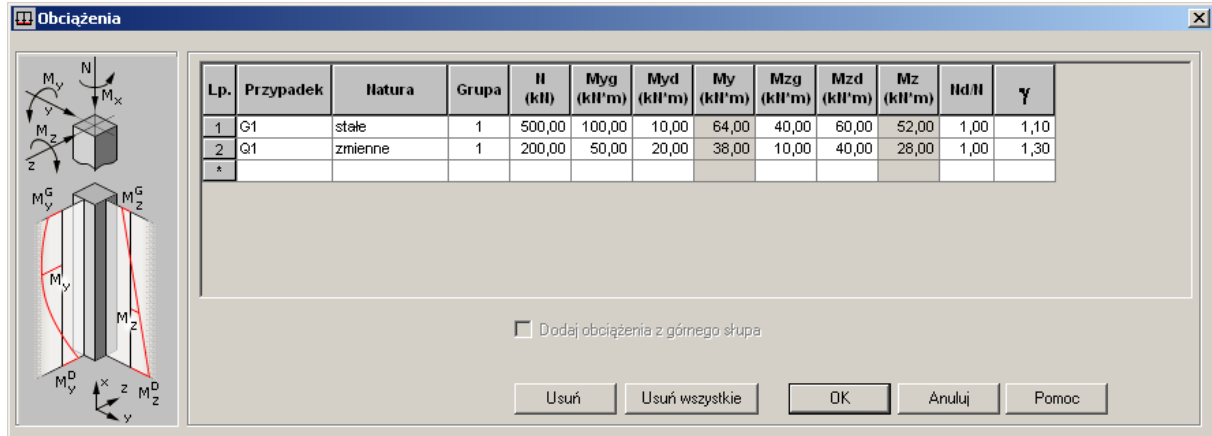
Beton:	B20	$f_{cd} = 10,60$ (MPa)
Zbrojenie:	A-III	$f_{yd} = 350$ (MPa)
Współczynnik pełzania betonu:	$\varphi = 2$	

**3. Model wyboczeniowy słupa:**

Jak widać, przyjęto konstrukcję przesuwną dla kierunku Z i nieprzesuwną dla kierunku Y.

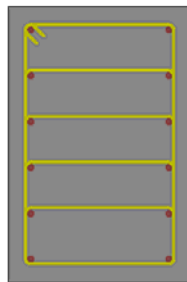
**UWAGA:** kierunek Y oznacza tu, że analizujemy wyoboczenie z płaszczyzny XY, a zatem takie, które powoduje zwiększenie momentu  $M_y$ . Analogicznie parametry wyoboczeniowe dla kierunku Z odpowiadają za zwiększenie momentu  $M_z$ .

#### 4. Obciążenia (obliczeniowe)



#### 5. Obliczone zbrojenie:

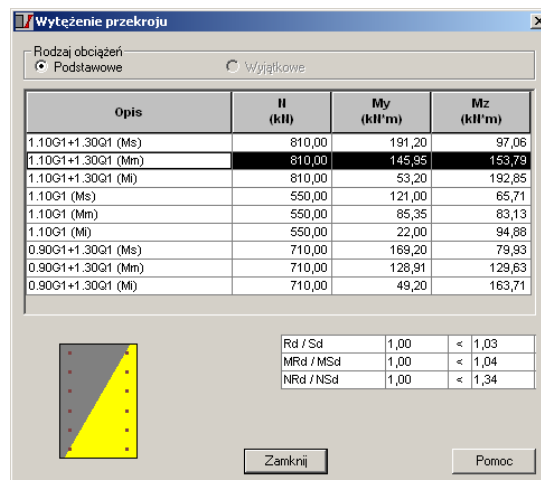
Program wygenerował zbrojenie w postaci prętów 12φ16



#### 6. Wyniki obliczeń przekroju:

Wymiarującą kombinacją jest **1.1 G1+1.3 Q1**

Przekrojem wymiarującym (gdzie występuje najbardziej niekorzystny układ sił) dla powyższej kombinacji jest **przekrój w środkowej części słupa**.



Ponieważ słup został zakwalifikowany, jako smukły, w przekroju środkowym w obu kierunkach uwzględniono wpływ smukłości (patrz punkt 7.2).

Jednocześnie zostały sprawdzone przekroje górny i dolny dla wszystkich kombinacji. Dla pozostałych przekrojów współczynnik nośności osiąga jednak bardziej korzystne wartości, niż dla przekroju środkowego.

W przekrojach górnym i dolnym dla kierunku Y nie uwzględniono wpływu smukłości, gdyż dla tego kierunku konstrukcja jest nieprzesuwana. W kierunku Z natomiast uwzględniono wpływ smukłości również na końcach słupa (konstrukcja przesuwana), zatem moment  $M_z$  uwzględnia wpływy wybożenia w każdym z przekrojów wymiarowanego słupa.

Wyniki obliczeń momentów końcowych (tj. z ewentualnym uwzględnieniem wpływu smukłości) oraz odpowiadające takim układom współczynniki nośności można obejrzeć dla każdej kombinacji i dla każdego przekroju w tabeli Wytężenia przekroju.

## 7. Sprawdzenie obliczeń momentu wymiarującego:

### 7.1. Obciążenia statyczne

Dla kombinacji wymiarującej, obciążenia statyczne przypadające na słup mają postać:

Lp.	Przypadek	N (kN)	MyA (kN*m)	MyB (kN*m)	MyC (kN*m)	MzA (kN*m)	MzB (kN*m)	MzC (kN*m)
1	G1	500	100	10	64	40	60	52
2	Q1	200	50	20	38	10	40	28
Kombinacja wymiarująca	1.1G1+1.3Q1	810	175	37	119,8	57	118	93,6

gdzie: indeks A odpowiada przekrojowi górnemu, indeks B - dolnemu, a C oznacza moment w środkowej części słupa.

### 7.2. Uwzględnienie wpływu smukłości (obliczenia momentu wymiarującego)

Poniższe obliczenia ilustrują, w jaki sposób obliczane są momenty wymiarujące z uwzględnieniem wpływu smukłości.

Przeprowadzone są dwa niezależne obliczenia momentów wymiarujących dla dwóch kierunków działania momentu.

#### KIERUNEK Y

Smukłość:

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = 28,9$$

$$l_0 = 5,00 \text{ (m)}$$

$$i = 17,3 \text{ (cm)}$$

$\lambda > 25$  należy uwzględnić wpływ smukłości

Momenty statyczne działające na końcach słupa:

$$M1 = 175,00 \text{ (kN*m)} \quad M2 = 37,00 \text{ (kN*m)}$$

Wymiarującym przekrojem jest przekrój środkowy, należy więc obliczyć mimośród zgodnie ze wzorem (32):

$$e_e = \left| \frac{0,6M1 + 0,4M2}{Nsd} \right| = 14,8 \text{ (cm)} \quad (32)$$

$$e_e \geq e_{e \min} = \left| 0,4M1 / Nsd \right| = 1,8 \text{ (cm)} \quad (33)$$

Mimośród niezamierzony:

$$e_a = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{600} l_{col} \\ \frac{h}{30} \\ 2cm \end{array} \right. = 2,0 \text{ (cm)} \quad (5.3.2)$$

$$l_{col} = 5,00 \text{ (m)}$$

$$h = 60,0 \text{ (cm)}$$

Mimośród początkowy wyraża się więc wzorem (31):

$$e_0 = e_a + e_e = 16,8 \text{ (cm)} \quad (31)$$

Obliczenie siły krytycznej zgodnie ze wzorem (38):

$$N_{crit} = \frac{9}{l_0^2} \left[ \frac{E_{cm} I_c}{2k_{lt}} \left( \frac{0,11}{0,1 + \frac{e_0}{h}} + 0,1 \right) + E_s I_s \right] = 11877,97 \text{ (kN)} \quad (38)$$

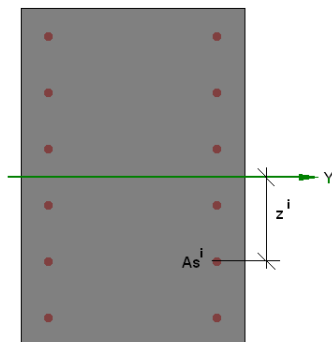
$$l_0 = 5,00 \text{ (m)}$$

$$E_{cm} = 28540,14 \text{ (MPa)}$$

$$I_c = 720000,0 \text{ (cm}^4\text{)}$$

$$E_s = 200000,00 \text{ (MPa)}$$

Obliczenie momentu bezwładności stali przeprowadzane jest zgodnie ze schematem:



$$I_s = \sum_i As^i \cdot z^i = 7037,2 \text{ (cm}^4\text{)}$$

$$k_{lt} = 1 + 0,5 \frac{N_{Sd,lt}}{N_{Sd}} \varphi(\infty, t_0) = 2,00$$

$$\varphi(\infty, t_0) = 2,00$$

$$\frac{N_{Sd,lt}}{N_{Sd}} = 1,00$$



$$\frac{e_0}{h} = 0,28$$

$$e_0 = 16,8 \text{ (cm)}$$

$$h = 60,0 \text{ (cm)}$$

$$\frac{e_0}{h} < \max(0,05; 0,5 - 0,01 \cdot l_0 / h - 0,01 \cdot f_{cd}) = 0,31$$

$$\text{Przyjęto więc } \frac{e_0}{h} = 0,31$$

Współczynnik zwiększający mimośród początkowy wynosi więc zgodnie ze wzorem (37):

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N_{sd}}{N_{crit}}} = 1,073 \quad (37)$$

Mimośród całkowity zgodnie ze wzorem (36) wynosi:

$$e_{tot} = \eta \cdot e_0 = 18,0 \text{ (cm)} \quad (36)$$

Moment wymiarujący jest więc równy:

$$M_y = N_{sd} \cdot e_{tot,z} = 145,95 \text{ (kN*m)}$$

## KIERUNEK Z

Smukłość:

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = 69,3$$

$$l_0 = 8,00 \text{ (m)}$$

$$i = 11,5 \text{ (cm)}$$

$\lambda > 25$  należy uwzględnić wpływ smukłości

Momenty działające na końcach słupa:

$$M1 = 118,00 \text{ (kN*m)} \quad M2 = 57,00 \text{ (kN*m)}$$

Wymiarującym przekrojem jest przekrój środkowy, należy więc obliczyć mimośród zgodnie ze wzorem (32):

$$e_e = \left| \frac{0,6M1 + 0,4M2}{N_{sd}} \right| = 11,6 \text{ (cm)} \quad (32)$$

$$e_e \geq e_{e \min} = \left| 0,4M1 / N_{sd} \right| = 2,8 \text{ (cm)} \quad (33)$$

Mimośród niezamierzony:

$$e_a = \max \left\{ \begin{array}{l} \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \frac{1}{600} l_{col} \\ \frac{h}{30} \\ 2cm \end{array} \right. = 1,7 \text{ (cm)} \quad (5.3.2)$$

$$l_{col} = 8,00 \text{ (m)}$$

$$h = 40,0 \text{ (cm)}$$

$$n = 1$$

Mimośród początkowy wyraża się więc wzorem (31):

$$e_0 = e_a + e_e = 13,2 \text{ (cm)} \quad (31)$$

Obliczenie siły krytycznej zgodnie ze wzorem (38):

$$N_{crit} = \frac{9}{l_0^2} \left[ \frac{E_{cm} I_c}{2k_{lt}} \left( \frac{0,11}{0,1 + \frac{e_0}{h}} + 0,1 \right) + E_s I_s \right] = 2668,19 \text{ (kN)} \quad (38)$$

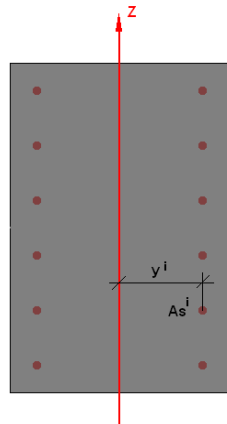
$$l_0 = 8,00 \text{ (m)}$$

$$E_{cm} = 28540,14 \text{ (MPa)}$$

$$I_c = 320000,0 \text{ (cm}^4\text{)}$$

$$E_s = 200000,00 \text{ (MPa)}$$

Obliczenie momentu bezwładności stali przeprowadzane jest zgodnie ze schematem:



$$I_s = \sum_i A_s^i \cdot z^i = 5428,7 \text{ (cm}^4\text{)}$$

$$k_{lt} = 1 + 0,5 \frac{N_{Sd,lt}}{N_{Sd}} \varphi(\infty, t_0) = 2,00$$

$$\varphi(\infty, t_0) = 2,00$$

$$\frac{N_{Sd,lt}}{N_{Sd}} = 1,00$$

$$\frac{e_0}{h} = 0,33$$

$$e_0 = 13,2 \text{ (cm)}$$

$$h = 40,0 \text{ (cm)}$$

$$\frac{e_0}{h} > \max(0,05; 0,5 - 0,01 \cdot l_0 / h - 0,01 \cdot f_{cd}) = 0,19$$

$$\text{Przyjęto więc } \frac{e_0}{h} = 0,31$$

Współczynnik zwiększający mimośród początkowy wynosi, więc zgodnie ze wzorem (37):

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N_{sd}}{N_{crit}}} = 1,436 \quad (37)$$

Mimośród całkowity zgodnie z wzorem (36) wynosi:

$$e_{tot} = \eta \cdot e_0 = 19,0 \text{ (cm)} \quad (36)$$

Moment wymiarujący jest więc równy:

$$M_z = N_{sd} \cdot e_{tot,y} = 153,79 \text{ (kN*m)}$$

### 7.3. Wyniki końcowe obliczeń momentów

$$M_y = N_{sd} \cdot e_{tot,z} = 145,95 \text{ (kN*m)}$$

$$M_z = N_{sd} \cdot e_{tot,y} = 153,79 \text{ (kN*m)}$$

## 8. WNIOSKI

Zaprezentowane obliczenia ręczne dowodzą poprawności obliczeń wykonanych z użyciem programu Robot. Momenty obliczone w programie (patrz punkt 6 – Wyniki obliczeń przekroju) są takie same jak momenty wynikające z obliczeń ręcznych (patrz punkt 7.3 – Wyniki końcowe obliczeń momentów).

## LITERATURA

- [1] PN-B-03464:2002. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [2] Sekcja Konstrukcji Betonowych KLIW PAN: Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych, Wyd. I, Wrocław 2006
- [3] Łapko A., Jensen B. Ch.: Podstawy projektowania i algorytmy obliczeń konstrukcji żelbetowych, Wyd. I, Warszawa 2005